

2024

Informe de
INVESTIGACIÓN

008-24

NO-2024-28215786-APN-DNI#INIDEP
14/03/24

Aplicación de la Ley de Benford a la pesquería argentina de corvina rubia (*Micropogonias furnieri*)

Sebastián García, Julieta S. Rodríguez y Bruno V. Menna

Dirección: Pesquerías Demersales

Area: Pesquerías de Peces Demersales Costeros

Citar como:

García S, Rodríguez JS y Menna BV. 2024. Aplicación de la Ley de Benford a la pesquería argentina de corvina rubia (*Micropogonias furnieri*). Inf Investigación INIDEP N° 008/24, 11 pp.



Aplicación de la Ley de Benford a la pesquería argentina de corvina rubia (*Micropogonias furnieri*)

Sebastián García, Julieta S. Rodríguez y Bruno V. Menna

Instituto Nacional de Investigación y Desarrollo Pesquero (INIDEP), Paseo Victoria Ocampo N°1, Escollera Norte, B7602HSA- Mar del Plata, Argentina.
E-mail: sgarcia@inidep.edu.ar

Resumen

Este estudio se centró en la evaluación de la estadística oficial de captura de la pesquería argentina de corvina rubia reportada entre los años 2004 hasta 2021 a partir del análisis de conformidad con la ley de Benford. Los resultados proporcionan una evaluación anual detallada de los datos de captura, revelando una buena conformidad en términos de la primera y segunda posición decimal y también, variaciones significativas a lo largo del tiempo. Se utilizó un procedimiento específico para estimar los valores críticos del estadístico MAD (Desviación Media Absoluta, por sus siglas en inglés), que aborda la problemática de la variabilidad en el tamaño de muestra y su naturaleza. Este enfoque evita conclusiones sesgadas y puede aplicarse a diversas fuentes de información pesquera. El análisis no proporcionó evidencia concluyente de información errónea en la declaración de captura, pero sugiere que las anomalías identificadas podrían ser compatibles con su aparición. En el ámbito de la administración y conservación de los recursos pesqueros, la confiabilidad de los datos de captura es esencial. El uso de enfoques estadísticos como la ley de Benford podría mejorar la selección de la información utilizada para elaborar indicadores de estado poblacional y reducir la incertidumbre en su estimación.

Palabras Clave

Ley de Benford, pesquería de corvina rubia, MAD.

Introducción

La pesca comercial en las costas argentinas se centra en un grupo de especies conocido como variado costero (Carozza et al. 2001). Dentro de este grupo, se encuentra la corvina rubia (*Micropogonias furnieri*), una especie demersal de tamaño mediano cuya zafra se realiza principalmente en aguas de la Bahía Samborombón entre junio y octubre de cada año. Los desembarques de esta especie representan cerca de 31% del total del conjunto íctico demersal costero (Carozza et al 2019). La flota que opera sobre este recurso es heterogénea, desde pequeñas embarcaciones de fibra de vidrio con esloras menores a 8 m a buques de mayor porte y autonomía, siendo las de 18 a 25 m de eslora las más importantes (58% del total desembarcado en el periodo 2011-2018, Carozza et al 2019).

La gestión sostenible de este tipo de recursos, fundamental en el contexto de la seguridad alimentaria, depende en gran medida de un sistema de toma de decisiones basado en información confiable. Índices relativos de abundancia, ubicación de las áreas frecuentes de captura, estacionalidad de los desembarques o la fauna acompañante en cada viaje, son algunos indicadores de estado que provienen de la información declarada en los denominados “partes de pesca”. Sin embargo, y a pesar del carácter de declaración jurada que revisten estos documentos, se han detectado innumerables inconsistencias, errores y omisiones en su elaboración y presentación a la autoridad de gobierno (García et al 2018). Los actuales modelos de evaluación de abundancia y las proyecciones de biomasa, entre otras, se basan en gran medida en los datos proporcionados en los partes de pesca (Maunder y Punt 2004). Si estos datos contienen inconsistencias o errores significativos, los resultados de los modelos podrían ser sesgados o incorrectos, lo que podría comprometer la eficacia de las medidas de manejo sugeridas.

Esta situación, ha forzado la búsqueda de alternativas al empleo de dicha información (García et al. 2018) y un cuidadoso trabajo de filtrado y selección de los datos que se utilizan, a menudo con un costoso tiempo de ejecución debido al volumen que presentan las bases de datos de este tipo. Los



avances en el campo de la informática y el aumento del poder de cálculo permitieron la utilización de información a gran escala en la gestión de recursos. Consecuentemente, se acrecentaron los requerimientos de herramientas que permitan validar la información utilizada, máxime cuando de ella dependen, por ejemplo, las recomendaciones anuales de captura biológicamente aceptable de una especie (CBA).

La Ley de Benford, ley del primer dígito o ley de los números anómalos (Benford 1938), procede de las observaciones empíricas de Simón Newcomb (Newcomb 1881). Es una herramienta utilizada actualmente en la detección de fraudes y manipulaciones en grandes bases de datos (Nigrini 2012). La ley se basa en que el primer dígito significativo distinto de cero (d_1) en una determinada muestra de números reales positivos (el dígito que se encuentra en el extremo izquierdo en su notación decimal) posee una probabilidad logarítmica de ocurrencia y está determinada por la fórmula:

$$p(d_1) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{d_1} \right) \quad (1)$$

De acuerdo con esta fórmula, los números siguen un patrón regular cuando estos se generan de manera natural, siendo la probabilidad de ocurrencia esperada para “1” como primer dígito en un determinado conjunto de números $p_1=0,3$, mayor a la del resto de los números ($p_2=0,17, \dots, p_9=0,04$) (Tabla 1). Aunque esta distribución de frecuencias no resulte intuitiva por no ser uniforme, ha sido observada en numerosos y diversos conjuntos de datos como: finanzas, auditorías, dimensiones geográficas, fraudes electorales, reportes oficiales de casos de COVID-19, declaración de impuestos, entre otros (Silva y Filho 2021; Mebane 2008; Diekmann 2007). En el ámbito de la biología pesquera, la implementación de técnicas estadísticas basadas en la ley de Benford han sido utilizadas para la verificación de los reportes de capturas de la langosta del Atlántico canadiense (*Homarus americanus*, Graham et al. 2010), de ballenas en el océano Pacífico (Cerri 2018), atunes en el Golfo de Guinea (Tsagbey et al. 2017) y, recientemente, para validar la información de captura de la pesca artesanal en el noreste de Brasil (Noletto-Filho et al. 2022). Sin embargo, la utilización de este tipo de herramientas no es ajena a controversias concernientes con la magnitud de las desviaciones observadas a la ley y el tamaño de la muestra (eventos “*Cry wolf*” o exceso de potencia). La descomposición de la información en subconjuntos más pequeños y su relación con errores de tipo I es analizado extensamente por Barney y Schulzke (2016).

En función de lo anteriormente expuesto, resulta crucial abordar los desafíos relacionados con la calidad de la información y buscar alternativas para validar y mejorar la confiabilidad de los datos empleados en los estudios de gestión sostenible de recursos. En este sentido, se utilizó la metodología de detección estadística basada en los postulados de la ley de Benford para valorar los reportes de captura de corvina rubia (*M. furnieri*) declarados por la flota comercial argentina que operó bajo la modalidad “a la pareja” entre los años 2003 y 2021. Se propone un enfoque metodológico que intentará abordar la problemática asociada con la correlación entre el tamaño de muestra y los estadísticos utilizados.

Tabla 1. Probabilidades de ocurrencia predichas por la ley de Benford para el primer dígito (d_1) y segundo dígito significativo (d_2).

d_i	$P(d_1)$	$P(d_2)$
0		0,1197
1	0,3010	0,1139
2	0,1761	0,1088
3	0,1249	0,1043
4	0,0969	0,1003
5	0,0792	0,0967
6	0,0670	0,0934
7	0,0580	0,0904
8	0,0512	0,0876
9	0,0458	0,0850



MATERIALES Y MÉTODOS

En Schräpler (2010) se resumen algunos requisitos para poder evaluar la conformidad de una serie de datos respecto de la ley de Benford. Se destaca que la misma no debe contener números máximos incorporados ni tampoco ser pre-asignados, como por ejemplo números de cuentas bancarias (Nigrini 1999). El conjunto de datos debe tener valores positivos con una distribución unimodal (con moda no nula) y una distribución asimétrica positiva en la que la mediana sea menor que la media (Scott y Fasli 2001). El conjunto de datos tampoco debe emanar de procedimientos estadísticos, como medias calculadas o variaciones que proceden de otros datos (Mochty 2002).

Teniendo en cuenta estas restricciones, se recopilieron datos de captura no nula de corvina rubia (*M. furnieri*) provenientes de las declaraciones oficiales de desembarque efectuadas por la flota comercial argentina en los partes de pesca nacionales y provinciales entre los años 2004 y 2021. Debido al carácter multiarte y multiflota de esta pesquería, y entendiendo la diversidad en la táctica de captura o en el esquema de negocios que eso conlleva, se seleccionó el grupo de buques de mayor relevancia en términos de volúmenes desembarcados. En la pesquería de corvina rubia, se trata de buques de 15 a 25 m de eslora, que utilizan redes de arrastre de fondo bajo la modalidad “a la pareja” y que operan mayormente desde el puerto de Mar del Plata (Argentina).

Análisis estadístico

La distribución de frecuencias de los primeros dos dígitos significativos (d_1 y d_2) y de ambos en conjunto (d_1 - d_2) de la captura declarada en cada año, fue comparada gráfica y analíticamente con aquella esperada según los postulados de la ley de Benford. El grado de alejamiento o ajuste de los datos observados a la distribución esperada se analizó mediante la técnica sugerida por Nigrini (2012, pág. 158), el Mean Absolute Deviation Test (MAD Test). Este estadístico representa una forma sencilla de describir las diferencias entre los datos observados y esperados:

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^k |o_i - e_i|}{k}$$

donde k es la cantidad de categorías que toma la variable, o_i la frecuencia relativa observada y e_i la frecuencia relativa esperada según la distribución teórica de Benford (1938).

Si bien Nigrini (2012) estimó los valores críticos del estadístico MAD a partir de un amplio conjunto de datos de diferentes orígenes, no existen estimaciones específicas para datos de pesquerías, que permitan definir o no la conformidad a la ley de Benford. Por otro lado, considerar un valor crítico fijo para el estadístico MAD, independientemente del tamaño de muestra, puede llevar a conclusiones sesgadas (Cerqueti y Lupi 2021). En este contexto, resultó evidente la necesidad de estimar los valores críticos del estadístico MAD. Para esto, implementamos un procedimiento basado en simulaciones de Monte Carlo, similar al utilizado por Kössler et al. (2021). Esta metodología se basa en el test de Kolmogorov-Smirnov (KS), incorpora el valor crítico ajustado a distribuciones discretas estimado por Morrow (2014) para un nivel de significancia del 95% ($\alpha = 0,05$). El procedimiento consistió en un sorteo inicial de tamaño de muestra (n) entre 300 y 1.000, y la generación de un subconjunto de tamaño n del conjunto de datos utilizando el generador de números *pseudo*-aleatorios de R. Para cada subconjunto, se calculó el valor observado del estadístico MAD para el primer dígito (d_1), segundo dígito (d_2) y los primeros dos dígitos significativos (d_1 - d_2). Se calculó el valor observado de KS y se comparó con el valor crítico ajustado por Morrow (2014). A partir de la conclusión alcanzada en el paso anterior, se asoció al valor observado de MAD la categoría aceptado o rechazado. Este procedimiento se repitió 50.000 veces, un número establecido de manera experimental para obtener estabilidad en los resultados hasta la tercera posición decimal. Se generaron las distribuciones de frecuencias finales de valores aceptados y rechazados y se estimó el valor crítico a partir del umbral de Youden, que proporciona una estimación empírica del principal punto de intersección (Schisterman



2005). El procedimiento de simulación se implementó en el entorno de programación R (R Core Team 2019).

RESULTADOS

Las frecuencias de los reportes anuales de captura de corvina rubia presentaron una distribución unimodal con asimetría positiva en la mayoría de los casos (Figura 1). Por lo cual los datos cumplirían los requerimientos para la aplicación de un análisis basado en la ley de Benford (Scott y Fasli 2001; Mochty 2002).

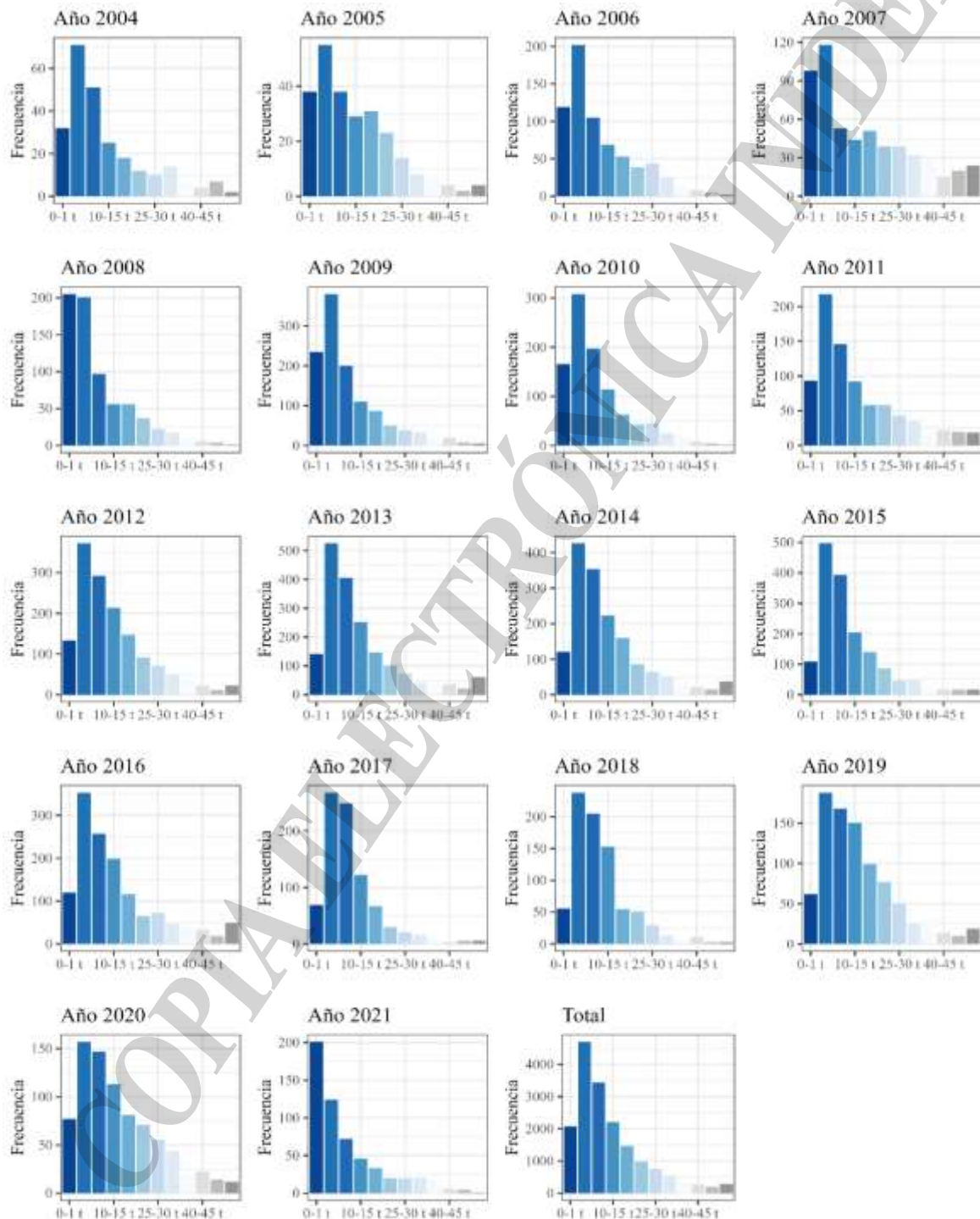


Figura 1. Histograma de frecuencias de las capturas de *Micropogonias furnieri* declaradas por la flota comercial argentina que operó “a la pareja” en el período 2004-2021.



Se estimaron los valores críticos anuales y total del estadístico MAD en cada uno de los tres enfoques utilizados para analizar la conformidad con la ley de Benford de la captura reportada por la flota comercial argentina en el período 2004-2021: test del primer dígito (d_1), segundo dígito (d_2) y el primer par de dígitos (d_1-d_2). Para d_1 , los valores críticos estimados oscilaron entre 0,0111 y 0,0241 mientras que para d_2 , las estimaciones variaron entre 0,0116 y 0,0249. En ambos casos, los rangos observados incluyen los valores de referencia observados por Nigrini (2012). En cuanto a d_1-d_2 , los valores críticos estimados estuvieron en el rango de 0,0024 a 0,0046, superando el valor de referencia previo (0,0022).

Los resultados obtenidos en la aplicación de los tres enfoques (d_1 , d_2 y d_1-d_2) para la captura declarada de corvina, reveló variaciones significativas a lo largo del periodo considerado y diferencias en la conformidad entre los diferentes enfoques. Aunque en general los datos mostraron una buena conformidad con la ley de Benford, se observaron desviaciones en ciertos años, lo que podría indicar la presencia de anomalías o irregularidades en las declaraciones de captura.

Análisis del primer dígito (d_1)

El análisis del primer dígito, reveló una buena conformidad con la ley de Benford para la totalidad de los años en conjunto ($MAD_{\text{observado}}=0,0080$, $MAD_{\text{crítico}}=0,0108$). Sin embargo, al realizar un análisis discriminado por año, se observaron variaciones significativas a lo largo del tiempo, con un aumento progresivo en la conformidad a partir de 2009, seguido de una disminución en el periodo 2019 a 2021 (Figura 2, Tabla 2). El año 2005 presentó el valor máximo de todo el periodo (0,026), mientras que el valor mínimo fue de 0,004 en 2015.

Tabla 2. Tamaño de muestra, valores observados y valores críticos del estadístico MAD (desviación absoluta media) para el primer dígito (d_1), segundo dígito (d_2) y el primer par de dígitos (d_1-d_2) de la captura (kg) de corvina rubia reportada por la flota comercial argentina. Nivel de significancia del 95% ($\alpha=0,05$). En color rojo los valores que exceden el umbral crítico de conformidad.

Año	n	MAD _{observados}			MAD _{críticos}		
		MAD _{d1}	MAD _{d2}	MAD _{d1-d2}	MAD _{d1}	MAD _{d2}	MAD _{d1-d2}
2004	253	0,0170	0,0205	0,0049	0,0185	0,0203	0,0044
2005	253	0,0260	0,0111	0,0051	0,0225	0,0142	0,0046
2006	684	0,0194	0,0261	0,0046	0,0176	0,0249	0,0040
2007	561	0,0249	0,0252	0,0049	0,0241	0,0245	0,0042
2008	713	0,0196	0,0229	0,0049	0,0180	0,0213	0,0045
2009	1.181	0,0104	0,0181	0,0032	0,0128	0,0202	0,0033
2010	993	0,0118	0,0148	0,0029	0,0131	0,0166	0,0029
2011	821	0,0136	0,0116	0,0032	0,0157	0,0141	0,0033
2012	1.463	0,0140	0,0115	0,0027	0,0146	0,0139	0,0029
2013	1.841	0,0051	0,0074	0,0020	0,0119	0,0123	0,0026
2014	1.598	0,0074	0,0063	0,0022	0,0121	0,0116	0,0027
2015	1.601	0,0036	0,0074	0,0020	0,0111	0,0123	0,0027
2016	1.367	0,0088	0,0068	0,0025	0,0118	0,0118	0,0029
2017	865	0,0098	0,0073	0,0030	0,0133	0,0120	0,0033
2018	824	0,0088	0,0192	0,0033	0,0137	0,0193	0,0035
2019	892	0,0153	0,0094	0,0029	0,0156	0,0134	0,0032
2020	812	0,0143	0,0139	0,0034	0,0151	0,0141	0,0032
2021	565	0,0147	0,0099	0,0037	0,0162	0,0140	0,0036
TOTAL	17.287	0,0080	0,0082	0,0013	0,0108	0,0123	0,0024



Análisis del segundo dígito (d_2)

El análisis del segundo dígito significativo (Figura 3, Tabla 2), mostró resultados similares al análisis del primer dígito, con excepción de los años 2004 y 2005 los cuales indicaron una conformidad aceptable. Los valores observados de MAD_{d_2} resultaron, en su mayoría, menores que los valores críticos correspondientes. Esto indicaría que los datos tienden a cumplir la ley de Benford en términos de la segunda posición decimal. La tendencia anual de $MAD_{\text{observado}}$ presentó una buena conformidad en el periodo posterior a 2008 aunque los años 2018 y 2020 se ubicaron cerca del límite de aceptación (Figura 4). La conformidad a la ley de Benford para el total de los datos (Total) fue adecuada y presentó un valor de $MAD_{\text{observado}}=0,0082$ ($MAD_{\text{crítico}}=0,0123$).

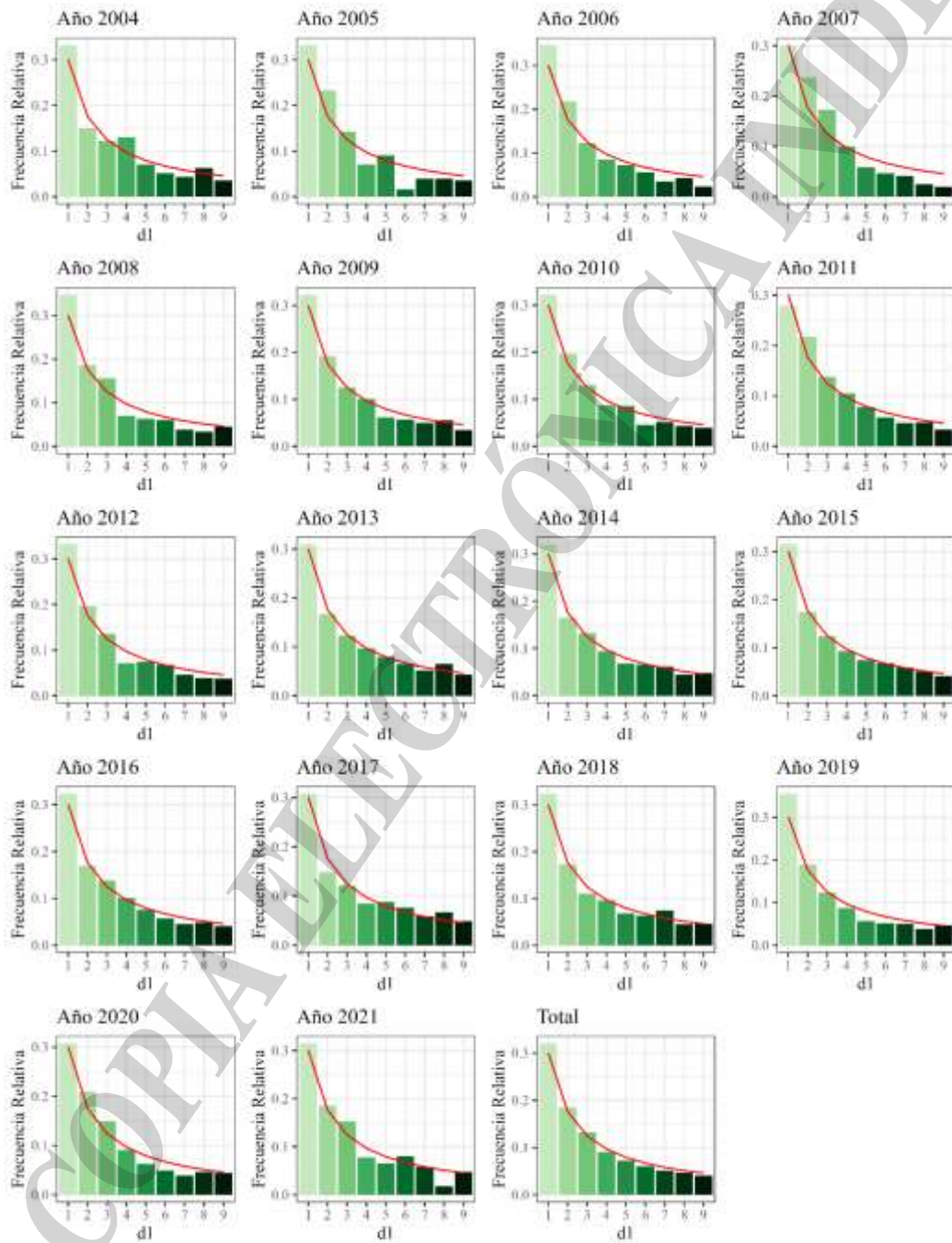


Figura 2. Distribución de frecuencia observada en el primer dígito (d_1) de la declaración oficial de captura de corvina rubia (*Micropogonias furnieri*) en el período 2004-2021 (Barras) y la distribución teórica esperada de Benford (Línea).

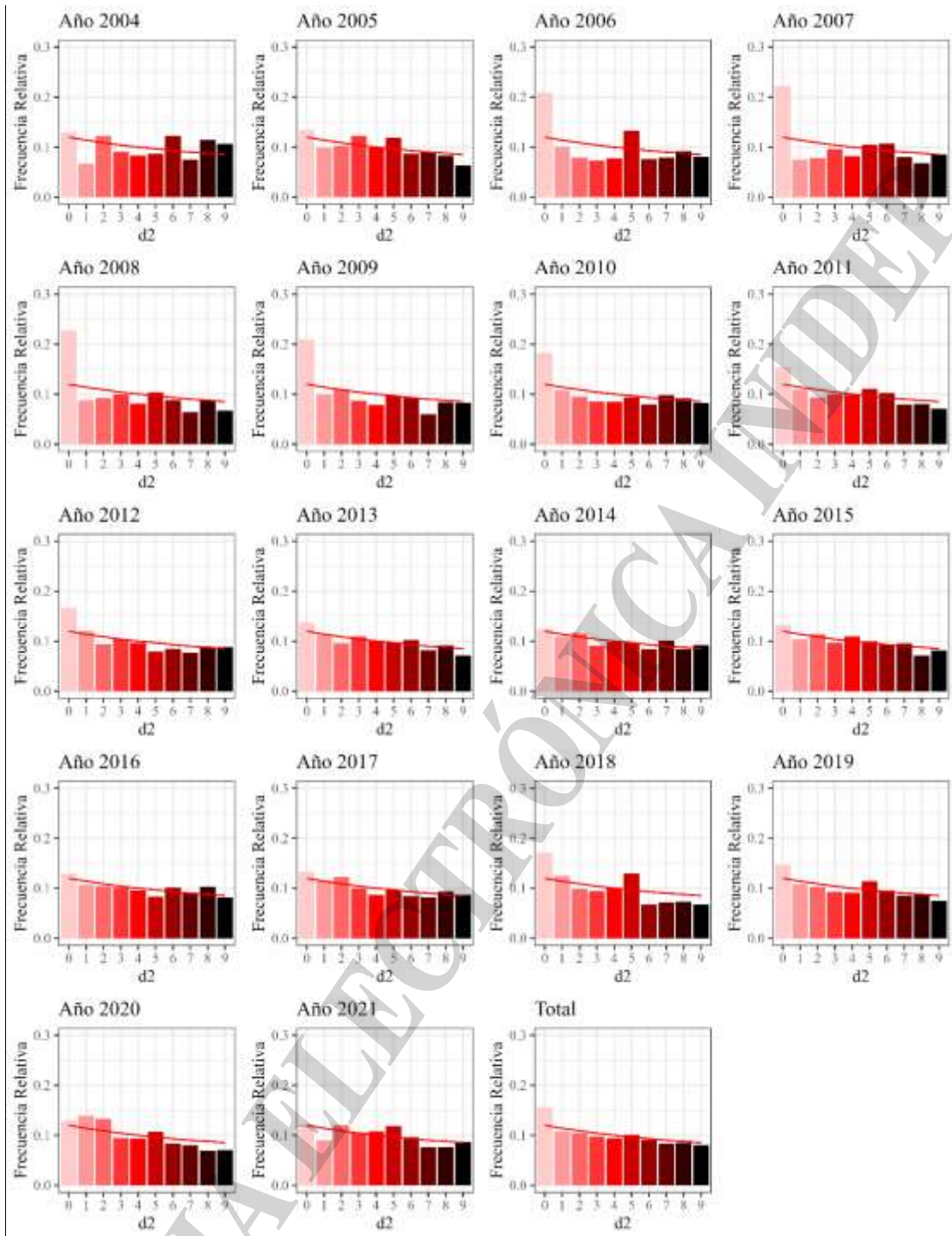


Figura 3. Distribución de frecuencia observada en el segundo dígito (d_2) de la declaración oficial de captura de corvina rubia (*Micropogonias furnieri*) en el período 2004-2021 (Barras) y la distribución teórica esperada de Benford (Línea).

Análisis del primer par de dígitos (d_1 - d_2)

En el análisis del primer par de dígitos significativos, se observó un patrón similar al análisis de d_1 y d_2 . Se encontró una adecuada conformidad a partir de 2009, en contraste con lo observado al inicio y al final del periodo de estudio. Los años 2004 a 2008, 2020 y 2021 presentaron valores observados superiores a los críticos (Tabla 2, Figura 4), lo que sugiere una menor conformidad de los datos a las primeras dos posiciones decimales. Respecto del análisis para d_1 y d_2 donde se rechazó la



conformidad en cuatro de los 18 años totales, el análisis de d_1-d_2 mostró una mayor sensibilidad al rechazar la conformidad en ocho años, lo que podría indicar mayor sensibilidad en este enfoque.

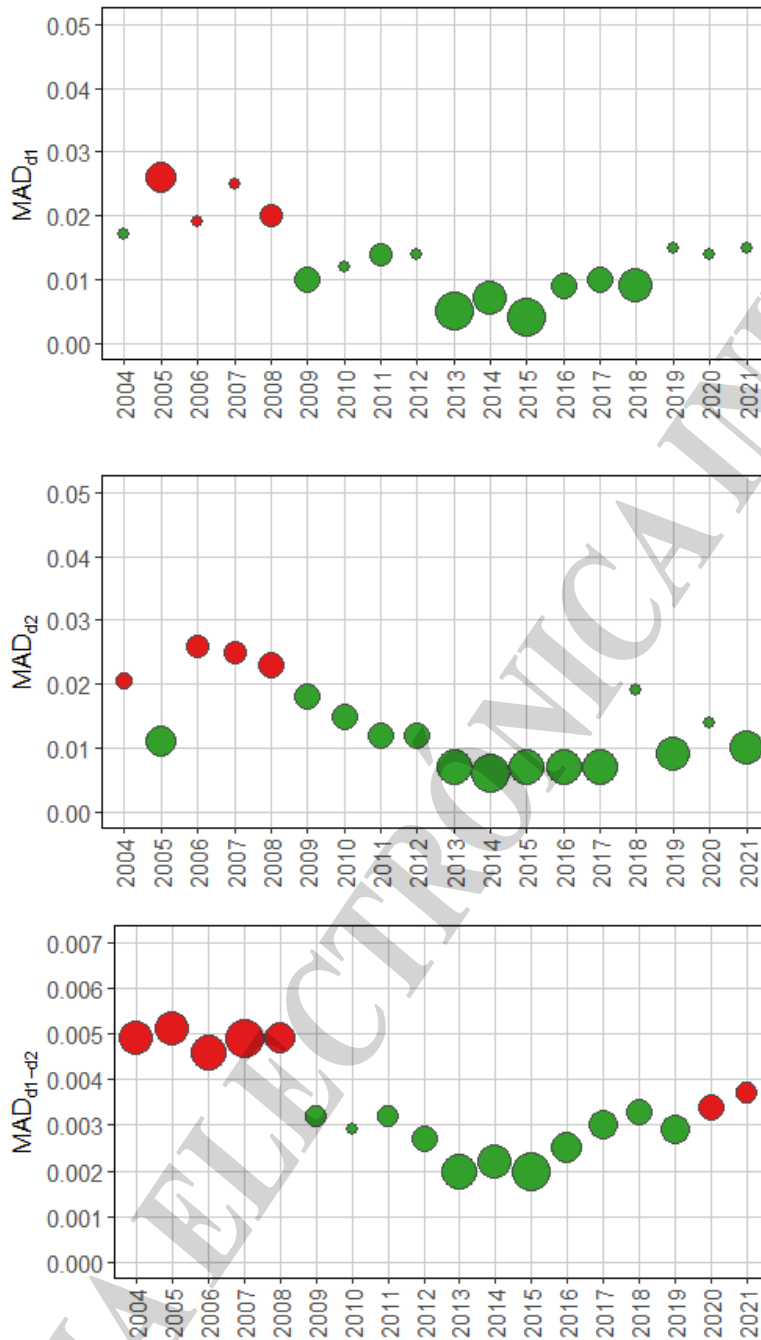


Figura 4. Tendencia anual del estadístico $MAD_{\text{observado}}$ para el primer dígito (d_1), segundo dígito (d_2) y el primer par de dígitos (d_1-d_2) de la captura (kg) de corvina rubia reportada por la flota comercial argentina en el período 2004-2021. En color rojo los valores que exceden el umbral crítico de conformidad. El tamaño de los círculos indica la magnitud de la diferencia entre los valores observados y críticos.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La confiabilidad de las estadísticas oficiales de pesca ha sido objeto de un amplio debate en la literatura científica (Tesfamichael y Pauly 2011; Pauly et al. 2014). En el ámbito de la administración y conservación de los recursos pesqueros, la confiabilidad de los datos de captura resulta esencial para



respaldar el desarrollo de políticas y estrategias de manejo efectivas. El uso de enfoques estadísticos como la ley de Benford proporciona una herramienta adicional para evaluar la calidad de los datos y detectar posibles irregularidades. Estos enfoques, aplicados de manera rigurosa y complementaria a otras metodologías, mejoran la selección de la información utilizada habitualmente para elaborar indicadores de estado poblacional y reducir la incertidumbre en la estimación de los mismos.

En este estudio, se evaluó la calidad de la estadística de captura de *M. furnieri* reportada en los partes de pesca provinciales y nacionales argentinos mediante el análisis de conformidad con la ley de Benford. Esta información, es de gran relevancia dado que se utiliza, entre otras, como insumo en la construcción de índices de abundancia basados en la captura y el esfuerzo pesquero (García 2021; Rico 2021; Riestra 2021). Los resultados obtenidos, proporcionaron una evaluación detallada de los datos de captura reportados por la flota que operó bajo la modalidad “a la pareja” desde el puerto de Mar del Plata en un período de 18 años. En este sentido, se observó conformidad en términos de la primera y segunda posición decimal, pero también se revelaron variaciones significativas a lo largo del tiempo, lo que sugeriría una mayor confiabilidad de la información sobre el final del periodo. En virtud de la cantidad de años en los cuales se rechazó la ley de Benford, el análisis del primer par de dígitos (d_1-d_2) demostró ser más sensible al detectar posibles irregularidades en comparación con el análisis del primer dígito (d_1) y el segundo dígito significativo (d_2). Cabe destacar, con especial énfasis, que este estudio no provee evidencia concluyente de información errónea en la declaración de captura, simplemente sugiere que las anomalías identificadas en los datos (año 2005 por ejemplo) son compatibles con su aparición.

El procedimiento empleado para estimar los valores críticos del estadístico MAD (Desviación Absoluta Media) en cada año del período 2004-2021 abordó dos problemáticas fundamentales: la naturaleza de los datos y la variabilidad en el tamaño de muestra siguiendo las recomendaciones de Kössler y colaboradores (2021). Al sustituir las estimaciones previas de valores críticos para MAD, basadas en un amplio conjunto de datos genéricos (Nigrini, 2012) y reemplazar un único valor fijo del mismo por estimaciones anuales o específicas de cada set de datos se intentó reducir el sesgo señalado por Cerqueti y Lupi, 2021. Los valores críticos estimados en este trabajo para d_1 , d_2 y d_1-d_2 , oscilaron dentro de rangos que incluyeron a los valores de referencia establecidos por Nigrini (2012), lo que sugiere que la metodología aplicada es consistente con los estándares previamente establecidos. En conclusión, esta nueva metodología proporciona una herramienta confiable para evaluar la integridad de los datos de captura reportados en la pesca comercial. Consecuentemente, podría mejorar la confiabilidad de las recomendaciones biológico/pesqueras a la autoridad de aplicación correspondiente y fortalecer la gestión sostenible de los recursos pesqueros.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos enormemente a Hans-J Lenz, del Instituto de Estadística y Econometría de la Universidad Libre de Berlín, Alemania, por compartir información sobre las simulaciones utilizadas en Kössler et al. (2021) y por sus comentarios, que permitieron enriquecer nuestro trabajo.

REFERENCIAS

- Benford F. 1938. The law of anomalous numbers, Proc. Amer. Phil. Soc. 78: 551-572.
- Barney B, Schulzke K. 2016. Moderating “cry wolf” events with excess MAD on Benford’s law research and practice. J Forensic Accounting Res. 1(1): 66-90.
- Blitzstein JK, Hwang J. 2020. Benford's Law: Theory, Applications, and Limitations. In: Lee C-F, Lee JC, Editores. Handbook of Financial Econometrics, Mathematics, Statistics, and Machine Learning, Springer. p. 1-27.
- Carozza C, Ruarde CO, Rico MR; Lagos AN, García S, Riestra C, Lorenzo MI. 2019. La pesquería del variado costero. Evolución de los desembarques y recomendación de la Captura Biológicamente Aceptable efectuadas a la CTMFM para las principales especies costeras óseas. Año 2018. Inf. Of. INIDEP N°05/19. 62pp



- Carozza C, Navarro L, Jaureguizar A, Lasta C, Bertolotti MB. 2001. Asociación íctica costera bonaerense “variado costero”. INIDEP, Inf. Téc. Int. DNI- N°38/01.
- Cerqueti R, Lupi C. 2021. Some New Tests of Conformity with Benford’s Law. *Stats* 2021, 4, 745–761. <https://doi.org/10.3390/stats 4030044>
- Cerri J. 2018. A fish rots from the head down: how to use the leading 2 digits of ecological data to detect their falsification.
- Cinelli C. 2014. Benford. analysis: Benford Analysis for data validation and forensic analytics. R package version 0.1. 1.
- Diekmann A. 2007. “Not the First Digit! Using Benford's Law to Detect Fraudulent Scientific Data,” *Journal of Applied Statistics*, 34, 321-329.
- García S, Martínez Puljak G, Hernández, D. 2018. Uso del monitoreo satelital como indicador del esfuerzo pesquero de la flota comercial argentina. *Inf. Invest. INIDEP N°26/18*. 19pp
- Kössler W, Lenz HJ, Wang XD. 2021. Is the Benford Law Useful for Data Quality Assessment?. In: Knoth, S., Schmid, W. (eds) *Frontiers in Statistical Quality Control 13. ISQC 2019. Frontiers in Statistical Quality Control*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-67856-2_22.
- Maunder M, Punt A. 2004. Standardizing catch and effort data: A review of recent approaches. *Fisheries Research*. 70. 141-159
- Mebane W. 2008. *Election forensics: The second digit Benford's Law test and recent American presidential elections. Detecting and Deterring Electoral Manipulation*. Washington: Brooking Press.
- Mochty L. 2002. Die Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen - Was leistet das Benford's Law. *Die Wirtschaftsprüfung*, 55(14):725-736.
- Newcomb S. 1881. “Note on the frequency of use of different digits in natural numbers“. *Am. J. Math.* 4, 39 (1881).
- Morrow J. 2014. Benford's Law, families of distributions and a test basis. CEP Discussion Papers (CEPDP1291). London School of Economics and Political Science. Centre for Economic Performance, London, UK.
- Nigrini M. 1999. I've got your number. *Journal of Accountancy*, 187:79-83.
- Nigrini M. 2012. *Benford’s Law: Applications for forensic accounting, auditing, and fraud detection* (Vol. 586). John Wiley Sons.
- Noletto-Filho EM, Carvalho AR, Thome´ -Souza MJF, Angelini R. 2022. Reporting the accuracy of small-scale fishing data by simply applying Benford’s law. *Front. Mar. Sci.* 9:947503. doi: 10.3389/fmars.2022.947503
- Pauly D, Belhabib D, Blomeyer R, Cheung WL, Cisneros-Montemayor AM, Copeland D, Harper S. 2014. “China’s Distant-Water Fisheries in the 21st Century,” *Fish and Fisheries*, 15, 474–488.
- Pearson K. 1900. On the Criterion that a Given System of Deviations from the Probable in the Case of a Correlated System of Variables is Such that it can be Reasonably Supposed to have Arisen from Random Sampling. *Philosophical Magazine Series* 5. 50, 157–175.
- Pinkham, R. (1961). On the distribution of the first significant digits. *The Annals of Mathematical Statistics*, 32:1223-1230.
- R Development Core Team. 2019. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*; R Foundation for Statistical Computing: Vienna, Austria.
- Schisterman EF, Perkins NJ, Liu A, Bondell H. 2005. Optimal Cut-point and Its Corresponding Youden Index to Discriminate Individuals Using Pooled Blood Samples. *Epidemiology*: January 2005, Volume 16, Issue 1, p 73-81. doi: 10.1097/01.ede.0000147512.81966.ba.
- Schräpler Jörg P. 2010. Benford's Law as an Instrument for Fraud Detection in Surveys Using the Data of the Socio-Economic Panel (SOEP) SOEP paper N° 273. SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1562574> o <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1562574>
- Silva L, Filho DF. 2021. Using Benford’s law to assess the quality of COVID-19 register data in Brazil. *J Pubic Health*. 43:107–10.
- Scott P, Fasli M. 2001. Benford's Law: An Empirical Investigation and a Novel Explanation. CSM Technical Report 349, Department of Computer Science, University Essex.
- Tsagbey S, de Carvalho M, Page GL. 2017, 'All Data are Wrong, but Some are Useful? Advocating the Need for Data Auditing', *American Statistician*, vol. 71, no. 3, pp. 231-235.
- Tesfamichael D, Pauly D. 2011, “Learning from the Past for Future Policy: Approaches to Time Series Catch Data Reconstruction,” *Western Indian Ocean Journal of Marine Science*, 1, 99–106.