INIDEP

INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO PESQUERO

INFORME DE INVESTIGACIÓN

Número	Páginas	Fecha de aprobación
014	048	02 MAR 2015

Dirección: DIRECCIÓN DE PESQUERIAS DEMERSALES

Programa / Gabinete: Gabinete de Biomatemática

Actividad:

ÍNDICES PONDERADOS ANUALES DE ABUNDANCIA RELATIVA OBTENIDOS A PARTIR DE MODELOS LINEALES GENERALES Y MODELOS LINEALES GENERALIZADOS, CONSIDERANDO LA PRESENCIA DE VALORES NULOS DE DENSIDAD O CAPTURA POR UNIDAD DE ESFUERZO

Los Modelos Lineales Generales (MLG) y Modelos Lineales Generalizados (MLGz) se utilizan en la estimación de índices anuales de abundancia, dado que los mismos permiten integrar en forma simple los diferentes factores que influyen sobre la variación de la captura por unidad de esfuerzo . Al utilizar un MLG o un MLGz para construir índices de abundancia anuales, lo que habitualmente se hace es considerar el efecto asociado al año y a partir de éste construir el índice. Lamentablemente este procedimiento no genera siempre un índice adecuado, ya que se puede demostrar que ante la presencia de interacciones significativas que incluyan el factor año, los índices obtenidos son proporcionales a la abundancia media anual para cada año, pero los coeficientes de proporcionalidad dependen del año. Esto hace que los términos de la serie no sean comparables, invalidando la serie estimada del índice anual de abundancia.

En este trabajo se definen índices de abundancia ponderados, construidos a partir de MLG y MLGz y se profundiza en la cuestión de cómo debe definirse la densidad media anual poblacional en función de los parámetros de los modelos considerados, de forma tal que dicha definición sea conceptualmente clara y adecuada. Se presenta un ejemplo de aplicación en gatuzo, especie que puede ser considerada como *by-catch* con presencia de valores nulos de CPUE y se discute sobre la elección de la flota cuyos datos son utilizados en la estimación de los índices anuales ponderados de abundancia.

Citar Indicando la fuente. El contenido no debe ser reproducido total o parcialmente sin la expresa conformidad del INIDEP

SOLICITADO POR — Institución: — Cargo:

PREPARADO POR

Firma:
Nombre: HERNANDEZ, DANIEL RAUL

Firma:
Nombre: PEREZ, MARCELO ALBERTO

Firma:
Nombre: CORTES, FEDERICO

APROBADO POR

Jefe de Programa / Gabinete

Director de área — PATRICIA A. MARTÍNEZ — A/C Dirección Pesquerías Demersales

Director Nacional de Investigación — Dr. OTTO C. WÖHLER — DIRECTOR Dirección Nacional de Investigación INIDEP

Director del INIDEP

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

ÍNDICES PONDERADOS ANUALES DE ABUNDANCIA RELATIVA OBTENIDOS A PARTIR DE MODELOS LINEALES GENERALES Y MODELOS LINEALES GENERALIZADOS, CONSIDERANDO LA PRESENCIA DE VALORES NULOS DE DENSIDAD O CAPTURA POR UNIDAD DE ESFUERZO

Hernández, Daniel[1]; Pérez, Marcelo[1,2] y Cortés, Federico[1]

1- Instituto Nacional de Investigación y Desarrollo Pesquero (INIDEP), Paseo Victoria Ocampo Nº 1. Escollera Norte, B7602HSA-Mar del Plata, Argentina.
2- Departamento de Ciencias Marinas, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMdP), Funes 3350, B7602AYL, Mar del Plata, Argentina.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

INTRODUCCIÓN

Una cuestión muy importante para la biología pesquera y el manejo de recursos es la determinación de índices de abundancia relativa, que puedan ser utilizados, en primera instancia, como indicadores de la abundancia real del mismo, permitiendo tener una imagen de la evolución en el tiempo del recurso considerado. O que puedan ser utilizados para calibrar modelos de evaluación, a los efectos de efectuar diagnósticos del estado de un stock y estimar parámetros de manejo, necesarios para la explotación racional del mismo.

Los Modelos Lineales Generales (MLG) y Modelos Lineales Generalizados (MLGz) se vienen utilizando cada vez más en aplicaciones orientadas a la estimación de índices anuales de abundancia (Large, 1992; Goñi *et al.,* 1999; Punt *et al.,* 2000; Ye *et al*., 2001; Horn, 2003; Maunder & Punt, 2004; Campbell, 2004 y 2015, Carruthers, *et al.*, 2011), dado que los mismos permiten integrar en forma simple los diferentes factores que influyen sobre la variación de la captura por unidad de esfuerzo $(CPUE)$. Esta característica sumada a las facilidades computacionales que ofrecen los programas comerciales y de distribución libre de análisis estadístico (por ejemplo: SYSTAT, STATISTICA, S-PLUS, R), los ha popularizado como herramienta de análisis y estimación.

Al utilizar un MLG o un MLGz para construir índices de abundancia anuales, lo que habitualmente se hace es considerar el efecto asociado al año y a partir de éste efecto construir el correspondiente índice. Lamentablemente este procedimiento no genera siempre un índice adecuado. Hernández y Perrota (2006) han demostrado que ante la presencia de interacciones estadísticamente significativas en el MLG que incluyan el factor año, los índices obtenidos son proporcionales a la abundancia media anual para cada año, pero los coeficientes de proporcionalidad dependen del año. Esto hace que los términos de la serie a lo largo de los años no sean comparables, invalidando la serie estimada del índice anual de abundancia.

En este trabajo se definen índices de abundancia ponderados, construidos a partir de MLG y MLGz y se profundiza en la cuestión de cómo debe definirse la densidad media anual poblacional en función de los parámetros de los modelos considerados, de forma tal que dicha definición sea conceptualmente clara y adecuada. Se analiza además la forma de estimar la densidad media anual poblacional (la cual constituye el parámetro objetivo de estimación), a partir de los índices ponderados. También se analizan las condiciones

que hacen que los índices ponderados sean proporcionales a la densidad media anual poblacional.

MATERIAL Y MÉTODOS

La ecuación básica que relaciona la $CPUE$ (captura por unidad de esfuerzo) de un buque, con su poder de pesca y la densidad sobre la cual está operando, está dada por (Gulland, 1971):

$$CPUE_i = p\, D_i \tag{1}$$

, siendo:

$CPUE_i$: captura por unidad de esfuerzo (kg/h o t/h) en el lance u operación de pesca i.

p : poder de pesca del buque considerado.

D_i : densidad local sobre la cual opera el buque al efectuar el lance u operación de pesca i.

Observar que en la ecuación (1) se incluye el caso en el cual la captura por unidad de esfuerzo sea nula, lo cual ocurrirá siempre que la densidad local lo sea y recíprocamente.

Si a su vez $\overline{D}$ es la densidad media del recurso en el área de operación del buque en consideración (incluida dentro del área de distribución del recurso) y consideramos:

$$\varepsilon_i = \ln(D_i) - \ln(\overline{D}) \tag{2}$$

Entonces tenemos que:

$$CPUE_i = p\, \overline{D}\, e^{\varepsilon_i} \tag{3}$$

Por otra parte, si R es un área cualquiera de operación de la flota en un momento dado, por definición de densidad media tenemos que:

$$\overline{D} = \frac{1}{|R|} \int_R D(x_1, x_2)\, dx_1\, dx_2 \tag{4}$$

, siendo $|R|$ la superficie del área R y $D(x_1, x_2)$ la densidad del recurso en el punto de coordenadas (x_1, x_2) dentro del área R. Si además R^+ es la región ($R^+ \subseteq R$) en donde la densidad es positiva, entonces de (4) obtenemos:

$$\begin{aligned} \overline{D} &= \frac{|R^+|}{|R|} \frac{1}{|R^+|} \int_R D(x_1, x_2)\, dx_1\, dx_2 \\ &= \pi^+ \overline{D}^+ \end{aligned} \tag{5}$$

En donde con $\pi^+ = |R^+| / |R|$ estamos indicando a la probabilidad de densidades positivas dentro del área R y con $\overline{D}^+$ a la densidad media, considerando sólo los puntos de densidades positivas.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Teniendo en cuenta (3) y (5), tenemos que:

$$CPUE_i = p\ \pi^+ \overline{D}^+\ e^{\varepsilon_i} \tag{6}$$

Ahora bien, entre otros, los factores básicos más importantes que pueden generar cambios en los dos parámetros que figuran en el término derecho de (1) son: las diferencias en el poder de pesca de cada buque, el área sobre la que opera el buque, el mes (bimestre, trimestre, estación de pesca, etc.) y el año. A estos factores, de aquí en más, los denominaremos: "factor Barco", "factor Área", "factor Mes"[1] y "factor Año", respectivamente. De esta forma, si queremos considerar todas estas fuentes de variabilidad, debemos escribir el modelo (6) en la forma:

$$CPUE_{bamti} = p_{bamt}\ \pi^+_{amt}\ \overline{D}^+_{amt}\ e^{\varepsilon_{bamti}} \tag{7}$$

, donde *b, a, m, t* indican un cierto buque (o estrato de flota), operando en una cierta área, en un cierto mes (bimestre, trimestre, etc.) y en un año determinado, respectivamente.

En (7) $CPUE_{bamti}$, corresponde a la $CPUE$ de un buque del estrato *b* (considerando la flota total compuesta de estratos de flota incluyendo buques con características similares), en el área *a* (correspondiente a una cierta estratificación del área total de distribución del recurso), durante el mes *m*, en el año *t*, en el lance u operación de pesca *i*.

Debe observarse que en (7) hemos hecho la suposición de que la densidad media sobre la que opera cada estrato de flota en la celda (*a*,*m*,*t*) es la misma para cualquier estrato de flota. De modo tal que escribimos $\overline{D}^+_{amt}$ y π^+_{amt}, sin hacer referencia al estrato de flota en cuestión. Al considerar ésta notación, estamos suponiendo que en cada área *a*, en un mes *m* y en un año *t*, la accesibilidad al recurso es similar para todos los estratos de flota considerados y que las flotas podríamos decir que "muestrean" el recurso dentro de la celda (*a*,*m*,*t*) en forma análoga. Esto que decimos es muy importante, porque si cada estrato de flota nos diera una imagen propia y distinta de las variaciones de la abundancia del recurso objetivo a lo largo de los meses o de los años, nos enfrentaríamos al problema de tener que decidir cual estrato de flota nos está mostrando la imagen que se corresponde con la variación real de la abundancia del recurso, que es la que a nosotros nos interesa describir y cuantificar. Cuando hablamos de determinar un índice de abundancia, nos estamos refiriendo a obtener un índice que sea proporcional a la abundancia real del recurso, con un coeficiente de proporcionalidad que sea constante a lo largo de los años considerados. Si el índice que podemos determinar depende del estrato de flota en consideración, entonces éste índice sólo puede servirnos para mostrarnos la forma en que los rendimientos para ese estrato de flota, han variado a lo largo de los años, siendo esto producto de la combinación de los cambios de abundancia del recurso, con los cambios en eficiencia y operatoria de pesca del estrato de flota en cuestión. Este tipo de índices no nos servirá, cuando lo que queremos es describir y cuantificar las fluctuaciones reales de la abundancia del recurso. El modelo (7) se puede considerar compuesto de dos sub-modelos:

[1] Si bien a lo largo del texto hablaremos del factor Mes, esta claro que en la práctica podemos usar el bimestre, el trimestre o cualquier intervalo de tiempo que resulte adecuado. A lo largo del texto usaremos, por lo tanto, el término Mes por una cuestión de comodidad, pero la denominación debería adaptarse a cada caso de aplicación en particular.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

(1) Modelo correspondiente a los valores de $CPUE$ positivos ($p_{bamt}\ \overline{D}^{+}_{amt}$), el cual se puede representar como un Modelo Lineal General sobre los logaritmos de la $CPUE$, con error normal (Hernández y Perrotta, 2006).

(2) Modelo correspondiente a la proporción de valores de densidad positivos (π^{+}_{amt}), que se puede representar como un Modelo Lineal Generalizado, con distribución binomial y función de enlace *logit* (McCullagh and Nelder, 1989).

Modelo para los valores de $CPUE$ positivos

El modelo que estamos considerando se escribe:

$$CPUE^{+}_{bamti} = p_{bamt}\ \overline{D}^{+}_{amt}\ e^{\eta_{bamti}} \tag{8}$$

, el error η_{bamti} se considera normalmente distribuido y con valores independientes dentro de cada celda (*b*,*a*,*m*,*t*), con media 0 y varianza σ^2_η ($\sigma^2_\eta < \sigma^2_\varepsilon$, siendo ε el error del modelo (7)).

El modelo (8) se parametriza a partir de componentes multiplicativas y se expresa entonces en la forma:

$$CPUE^{+}_{bamti} = p_b\ p_{ba}\ p_{bm}\ p_{bt}\ \overline{D}^{+}_{a}\ \overline{D}^{+}_{\mathrm{m}}\ \overline{D}^{+}_{t}\ \ D^{+}_{am}\ D^{+}_{at}\ D^{+}_{mt}\ \ e^{\eta_{bamti}} \tag{9}$$

El modelo (9) es denominado *modelo multiplicativo*. En un caso particular bajo análisis, el modelo no tiene por que incluir necesariamente todos los términos, dependiendo esto de las características del problema bajo estudio.

Tomando logaritmos en ambos términos de (9) y llamando:

$$\begin{aligned}
&y_{bamti} = \ln(CPUE^{+}_{bamti})\\
&\alpha_b = \ln(p_b)\ \ ,\ \ \beta_a = \ln(\overline{D}^{+}_{a})\ \ ,\ \ \gamma_m = \ln(\overline{D}^{+}_{m})\ \ ,\ \ \delta_t = \ln(\overline{D}^{+}_{t})\\
&(\alpha\beta)_{ba} = \ln(p_{ba})\ \ ,\ \ (\alpha\gamma)_{bm} = \ln(p_{bm})\ \ ,\ \ (\alpha\delta)_{bt} = \ln(p_{bt})\\
&(\beta\gamma)_{am} = \ln(D^{+}_{am})\ \ ,\ \ (\beta\delta)_{at} = \ln(D^{+}_{at})\ \ ,\ \ (\gamma\delta)_{mt} = \ln(D^{+}_{mt})
\end{aligned} \tag{10}$$

, entonces el modelo (9) se escribe como:

$$y_{bamti} = \alpha_b + \beta_a + \gamma_m + \delta_t + (\alpha\beta)_{ba} + (\alpha\gamma)_{bm} + (\alpha\delta)_{bt} + (\beta\gamma)_{am} + (\beta\delta)_{at} + (\gamma\delta)_{mt} + \eta_{bamti} \tag{11}$$

El modelo (11) es denominado modelo de ANOVA multifactorial con interacciones de primer orden.

Si se quisieran estimar los parámetros del modelo (11) por mínimos cuadrados o máxima verosimilitud, nos encontraríamos con que el modelo está sobreparametrizado. Esto lleva a la necesidad de reparametrizar el modelo e introducir una serie de restricciones sobre los nuevos parámetros, que permiten completar el sistema normal de ecuaciones y obtener solución única (Hernández y Perrotta, 2006).

Si n_b, n_a, n_m y n_t corresponden al número de niveles de los factores: Barco, Área, Mes y Año, respectivamente, el modelo y las restricciones sobre los parámetros que más comúnmente se imponen, son:

$$y_{bamti} = \mu' + \alpha'_b + \beta'_a + \gamma'_m + \delta'_t + (\alpha\beta)'_{ba} + (\alpha\gamma)'_{bm} + (\alpha\delta)'_{bt} + (\beta\gamma)'_{am} + (\beta\delta)'_{at} + (\gamma\delta)'_{mt} + \eta_{bamti} \tag{12}$$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

, donde ahora, los nuevos parámetros satisfacen las restricciones:

$$\sum_b \alpha_b^{'} = \sum_a \beta_a^{'} = \sum_m \gamma_m^{'} = \sum_t \delta_t^{'} = 0 \text{ para } 1 \le b \le n_b,\ 1 \le a \le n_a,\ 1 \le m \le n_m,\ 1 \le t \le n_t$$

$$\begin{aligned}
&\sum_b (\alpha\beta)_{ba}^{'} = \sum_a (\alpha\beta)_{ba}^{'} = 0 && \text{para } 1 \le a \le n_a,\ 1 \le b \le n_b \\
&\sum_b (\alpha\gamma)_{bm}^{'} = \sum_m (\alpha\gamma)_{bm}^{'} = 0 && \text{para } 1 \le m \le n_m,\ 1 \le b \le n_b \\
&\sum_b (\alpha\delta)_{bt}^{'} = \sum_t (\alpha\delta)_{bt}^{'} = 0 && \text{para } 1 \le t \le n_t,\ 1 \le b \le n_b \\
&\sum_a (\beta\gamma)_{am}^{'} = \sum_m (\beta\gamma)_{am}^{'} = 0 && \text{para } 1 \le m \le n_m,\ 1 \le a \le n_a \\
&\sum_a (\beta\delta)_{at}^{'} = \sum_t (\beta\delta)_{at}^{'} = 0 && \text{para } 1 \le t \le n_t,\ 1 \le a \le n_a \\
&\sum_m (\gamma\delta)_{mt}^{'} = \sum_t (\gamma\delta)_{mt}^{'} = 0 && \text{para } 1 \le t \le n_t,\ 1 \le m \le n_m
\end{aligned} \tag{13}$$

El modelo (12), con las restricciones (13), se dice que está parametrizado con la *parametrización Sigma-restrictiva*. Bajo esta parametrización $\mu^{'}$ representa la media global de los logaritmos de las CPUE. El modelo (12) es un caso particular del denominado Modelo Lineal General (MLG), el cual se escribe en la forma:

$$Y = X\theta + \eta \tag{14}$$

, siendo *Y* el vector de valores observados de la variable dependiente (logaritmo de la *CPUE*), $\theta = (\mu^{'}, \alpha_1^{'}, \alpha_2^{'}, ..., \beta_1^{'}, \beta_2^{'}, ..., (\alpha\beta)_{11}^{'}, (\alpha\beta)_{12}^{'}, ...)^t$ [2] el vector de parámetros, η el vector de términos de error y *X* una matriz con 0's y 1's, denominada matriz de diseño.

Según se dijo, la parametrización Sigma-restrictiva, es frecuentemente usada en el contexto del análisis de la varianza. Por su parte, en el ámbito de la biología pesquera, al considerar el problema de la estimación de poderes de pesca relativos, se suele usar, teniendo en cuenta su simpleza intuitiva, la denominada *parametrización con niveles estándar*. En este tipo de parametrización, los parámetros del modelo son referidos a los parámetros correspondientes a: una categoría de barco (categoría de eslora, HP, etc.), un área, un mes y un año, considerados como estándar. Para ésta parametrización, por ejemplo, el parámetro $\mu^{'}$ representa la media de los logaritmos de las *CPUE*'s (de los valores positivos), para la categoría de barcos, el área, el mes y el año estándar. Esta parametrización puede expresarse, al igual que la Sigma-restrictiva, como un conjunto de restricciones sobre los parámetros del modelo original (8). Lo importante a remarcar, es que los resultados obtenidos en este trabajo son independiente del tipo de parametrización considerada (Hernández y Perrotta, 2006).

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

[2] El supra-índice t indica el vector traspuesto.

Modelo para la proporción de valores de densidad positivos

Para modelar la proporción de valores de densidad positivos en la celda (*a,m,t*), π^{+}_{amt} , consideramos el Modelo Lineal Generalizado con distribución binomial y función de enlace *logit*, el cual se expresa en la forma:

$$\ln(\pi^{+}_{amt}/(1-\pi^{+}_{amt})) = \mu^{\pi} + \beta^{\pi}_{a} + \gamma^{\pi}_{m} + \delta^{\pi}_{t} + (\beta\gamma)^{\pi}_{am} + (\beta\delta)^{\pi}_{at} + (\gamma\delta)^{\pi}_{mt} \quad (15)$$

Satisfaciendo los parámetros del modelo (15) las restricciones Sigma-restrictivas:

$$\begin{aligned}
&\sum_{a}\beta^{\pi}_{a} = \sum_{m}\gamma^{\pi}_{m} = \sum_{t}\delta^{\pi}_{t} = 0 && \text{para} \quad 1\le a\le n_a,\ 1\le m\le n_m,\ 1\le t\le n_t \\
&\sum_{a}(\beta\gamma)^{\pi}_{am} = \sum_{m}(\beta\gamma)^{\pi}_{am} = 0 && \text{para} \quad 1\le m\le n_m,\ 1\le a\le n_a \\
&\sum_{a}(\beta\delta)^{\pi}_{at} = \sum_{t}(\beta\delta)^{\pi}_{at} = 0 && \text{para} \quad 1\le t\le n_t,\ 1\le a\le n_a \\
&\sum_{m}(\gamma\delta)^{\pi}_{mt} = \sum_{t}(\gamma\delta)^{\pi}_{mt} = 0 && \text{para} \quad 1\le t\le n_t,\ 1\le m\le n_m
\end{aligned} \quad (16)$$

, a los efectos de que sean estimables.

Despejando de (15) π^{+}_{amt} , se obtiene el modelo logístico en forma explícita, el cual está dado por:

$$\pi^{+}_{amt} = \frac{1}{(1+\exp(-(\mu^{\pi} + \beta^{\pi}_{a} + \gamma^{\pi}_{m} + \delta^{\pi}_{t} + (\beta\gamma)^{\pi}_{am} + (\beta\delta)^{\pi}_{at} + (\gamma\delta)^{\pi}_{mt}))} \quad (17)$$

Densidad media anual

En Hernández y Perrotta (2006) se consideró sólo el sub-modelo correspondiente a los valores de $CPUE$ positivos y se planteó el problema de obtener un índice de abundancia proporcional al parámetro $\overline{D}^{+}_{t}$ del modelo (9). Estos autores demostraron que bajo la presencia de interacciones con el factor Año en el modelo (12), el índice $I_t = e^{\mu' + \delta'_t}$, definido en términos del efecto principal asociado con el factor Año, δ'_t , deja de ser proporcional al parámetro objetivo $\overline{D}^{+}_{t}$. Para más detalles sobre el particular ver Hernández y Perrotta (2006).

Lo que queremos determinar es cual podría ser una definición alternativa de lo que denominamos "densidad media anual" y que corresponda a la densidad media involucrando densidades positivas y nulas.

Consideremos primero el caso general y denominemos $\overline{D}_{ast}$ a la densidad media, en el área *a*, en el momento *s* del año, durante el año *t*. En principio, la densidad media en el área total, en el momento *s* del año, durante el año *t*, está definida naturalmente a partir de:

$$\overline{D}^{w}_{st} = \sum_{a=1}^{n_a} w_a \overline{D}_{ast} \quad (18)$$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

, siendo $w_a = |A_a| / |A_T|$, con $|A_a|$ la superficie del área A_a y $|A_T| = \sum_{a=1}^{n_a} |A_a|$ la superficie del área total.

De esta forma, una definición natural y plausible para la densidad media anual está dada a partir de:

$$\overline{D}_t^w = \int_0^1 D_{st}^w \, ds \tag{19}$$

, donde *s* lo expresamos en años.

Y por lo tanto**, t**eniendo en cuenta (18) y (19) obtenemos:

$$\overline{D}_t^w = \int_0^1 (\sum_{a=1}^{n_a} w_a \overline{D}_{ast}) \, ds \tag{20}$$

Veamos ahora la forma que toma (20) si dividimos el año en n_m intervalos de tiempo de amplitud Δ, siendo $n_m \, \Delta = 1$ y hacemos la suposición que $\overline{D}_{ast} = \overline{D}_{as't} = \overline{D}_{amt}$ (se mantiene la densidad media) y además que $\pi_{ast}^+ = \pi_{as't}^+ = \pi_{amt}^+$ (se mantiene la proporción de valores no nulos), para todo s y s', $s \neq s'$, dentro del intervalo $(m-1)\Delta \leq s \leq m\Delta$. Observar que las suposiciones hechas no implican que la distribución espacial del recurso deba permanecer invariante dentro de cada intervalo de tiempo, ésta es una condición suficiente, muy fuerte, pero no es necesaria. De esta forma, le damos al recurso la posibilidad de moverse dentro de cada área, sólo pedimos que se mantenga la densidad media y la proporción de área con densidad no nula. Teniendo en cuenta esto, en la medida de lo posible, ya que muchas veces los datos disponibles no permiten hacerlo, los intervalos de tiempo deberían ser lo mas estrechos que puedan definirse, influyendo en esto también las características de movilidad del recurso considerado dentro de cada área.

Hechas estas aclaraciones y siguiendo con el razonamiento, en principio tenemos que:

$$\int_0^1 (\sum_{a=1}^{n_a} w_a \overline{D}_{ast}) \, ds = \sum_{a=1}^{n_a} w_a (\int_a^1 \overline{D}_{ast} \, ds) \tag{21}$$

, además, de acuerdo a lo supuesto, tenemos que:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \overline{D}_{ast} \, ds &= \sum_{m=1}^{n_m} \overline{D}_{amt} \, \Delta \\ &= \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \overline{D}_{amt} \end{aligned} \tag{22}$$

Teniendo en cuenta (20), (21) y (22), tenemos por último que:

$$\overline{D}_t^w = \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{a=1}^{n_a} w_a \, \overline{D}_{amt} \tag{23}$$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

El parámetro $\overline{D}_t^w$ está definido en la forma más simple e intuitiva posible y se ajusta al concepto de densidad media anual en forma natural. Constituye por lo tanto el parámetro objetivo a la hora de definir un índice anual de abundancia.

Si tenemos en cuenta la descomposición (5) de la densidad media y las suposiciones hechas con respecto a la densidad media y la proporción de valores no nulos, tenemos en principio que $\overline{D}_{amt} = \pi_{amt}^{+} \overline{D}_{amt}^{+}$ y reemplazando esta expresión en (23), obtenemos:

$$\overline{D}_t^w = \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{a=1}^{n_a} w_a \pi_{amt}^{+} \overline{D}_{amt}^{+} \tag{24}$$

A partir del segundo miembro de (24) vemos que un estimador del parámetro objetivo $\overline{D}_t^w$, debe incluir la estimación de π_{amt}^{+} teniendo en cuenta el modelo logístico (17) y la estimación de $\overline{D}_{amt}^{+}$ a partir del modelo lognormal (9) convenientemente linealizado y parametrizado.

Cálculo del índice de la densidad media anual según la bibliografía sobre el tema

Teniendo en cuenta la denominada aproximación delta-log-normal, es común que se plantee como índice anual de abundancia, al producto de la probabilidad de captura no nula durante el año t, por un índice de densidad para el año t considerando los valores de captura positivos (Maunder & Punt, 2004). En términos matemáticos, lo que se plantea, basado en la extrapolación de la relación (5) (que considerada en términos del año pierde sentido físico), es definir el índice de abundancia para el año *t* a partir de:

$$I_t = p_t^{+} d_t^{+} \tag{25}$$

En la aproximación delta, para calcular p_t^{+}, en general se considera un Modelo Lineal Generalizado con distribución binomial y función de enlace *logit*, incluyendo en el predictor lineal el factor Año. Por su parte, para calcular d_t^{+} se considera un Modelo Lineal General sobre los logaritmos de los valores de $CPUE$ positivos y se incluye también en el modelo el factor Año. A partir de estos modelos se calculan p_t^{+} y d_t^{+} en función del efecto año, definiendo:

$$p_t^{+} = \frac{1}{(1 + e^{-(\mu^{\pi} + \delta_t^{\pi})})} \tag{26.1}$$

$$d_t^{+} = e^{(\mu' + \delta_t')} \tag{26.2}$$

, donde μ^{π}, δ_t^{π} y μ', δ_t' son las constantes y los efectos principales asociados con el factor Año, respectivamente, incluidos en los predictores lineales de los correspondientes modelos considerados.

Se puede demostrar (Apéndice A) que las condiciones suficientes para que el índice $I_t = p_t^{+} d_t^{+}$, definido en (25), (26.1) y (26.2), sea proporcional a la abundancia media anual $\overline{D}_t^w$, definida en (24), son:

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

(1) Que las interacciones con el factor Año del modelo (11) sean nulas, esto es, $(\alpha\delta)_{bt} = 0$, $(\beta\delta)_{at} = 0$, $(\gamma\delta)_{mt} = 0$, para todo *b, a, m y t*.

(2) Que $\beta_a^{\pi} = 0$, $\gamma_m^{\pi} = 0$, $(\beta\gamma)_{am}^{\pi} = 0$, $(\beta\delta)_{at}^{\pi} = 0$, $(\gamma\delta)_{mt}^{\pi} = 0$, para todo *a, m y t* , en el modelo (15).

Como se puede ver en (1) y (2), las condiciones suficientes para que I_t sea proporcional a $\overline{D}_t^w$ son altamente restrictivas.

Índice anual de abundancia

Como ya se ha dicho, el parámetro objetivo, descriptivo de la abundancia anual del recurso, es el que hemos denominado $\overline{D}_t^w$ y que está dado por la ecuación (24). De esta forma, un índice anual de la abundancia estará dado por cualquier índice que sea proporcional a $\overline{D}_t^w$. Teniendo en cuenta la expresión (24), definiremos como índice ponderado anual de abundancia a:

$$I_t^w = \frac{1}{n_m}\sum_{m=1}^{n_m}\sum_{a=1}^{n_a} w_a \pi_{amt}^{+} I_{amt}^{+} \tag{27}$$

En la expresión (27) π_{amt}^{+} está dado por del modelo logístico (17). Por su parte I_{amt}^{+} se define a partir de:

$$I_{amt}^{+} = \exp(\mu' + \beta_a' + \gamma_m' + \delta_t' + (\beta\gamma)_{am}' + (\beta\delta)_{at}' + (\gamma\delta)_{mt}') \tag{28}$$

Se puede demostrar (Apéndice B) que:

$$I_{amt}^{+} = c\,\psi_a \psi_m \psi_t \overline{D}_{amt}^{+} \tag{29}$$

, siendo:

$$c = e^{\overline{\alpha}},\ \psi_a = \exp((\overline{\alpha\beta})_{.a}),\ \psi_m = \exp((\overline{\alpha\gamma})_{.m}) \text{ y } \psi_t = \exp((\overline{\alpha\delta})_{.t}) \tag{30}$$

, con:

$$(\overline{\alpha\beta})_{\bullet a} = \frac{\sum_{b=1}^{n_b}(\alpha\beta)_{ba}}{n_b},\ (\overline{\alpha\gamma})_{\bullet m} = \frac{\sum_{b=1}^{n_b}(\alpha\gamma)_{bm}}{n_b} \text{ y } (\overline{\alpha\delta})_{\bullet t} = \frac{\sum_{b=1}^{n_b}(\alpha\delta)_{bt}}{n_b} \tag{31}$$

De acuerdo a (30) y (31) vemos que ψ_a ψ_m y ψ_t dependen de las interacciones del factor Barco con los factores, Área, Mes y Año, respectivamente. Teniendo en cuenta (29), (30) y (31) se ve inmediatamente que en caso de que estas interacciones sean nulas, entonces se satisface que $\psi_a = \psi_m = \psi_t = 1$ y por lo tanto:

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

$$I_{amt} = c\,\overline{D}^{+}_{amt} \tag{32}$$

De donde se deduce que ante la ausencia de las interacciones del factor Barco, con los factores Área, Mes y Año, el índice I_t^w pasa a ser proporcional al parámetro objetivo $\overline{D}_t^w$ que representa la abundancia media anual, esto es:

$$I_t^w \propto \overline{D}_t^w \tag{33}$$

Y por lo tanto I_t^w puede ser utilizado como descriptor de las variaciones anuales de la abundancia del recurso considerado.

Teniendo en cuenta (29), debe observarse que al utilizar el índice I_t^w, las interacciones que pueden llegar a malograr el comportamiento del índice como indicador de las fluctuaciones anuales de abundancia del recurso, son las relacionadas con la flota: Barco x Año, Barco x Área, Barco x Mes. Por su parte, las interacciones: Área x Mes, Área x Año y Mes x Año, no afectan el comportamiento de I_t^w. Vemos entonces, que el enfoque considerado en este trabajo permite abordar de una forma clara y consistente el problema de la influencia de las interacciones sobre el índice anual de abundancia. Considerando $\overline{D}_t^w$ (dado por (24)), como parámetro objetivo e I_t^w (dado por (27)) como índice anual de abundancia, se ve que son las interacciones relacionadas con el "muestreador" (Barco) y no las interacciones relacionadas con el comportamiento espacio temporal del recurso, las que terminan teniendo influencia en la performance del índice para describir las fluctuaciones anuales reales de la abundancia. Esto aclara totalmente el problema y nos hace ver que, fundamentalmente, lo que debemos discutir y considerar a la hora de ponernos a calcular el índice, es qué estratos de la flota serán los más representativos para describir las fluctuaciones anuales reales de la abundancia del recurso considerado y que por lo tanto incluiremos en nuestro análisis.

Estrato patrón o flota muestreadora

Un caso particular es cuando consideramos un solo estrato denominado "estrato patrón" o "flota muestreadora", esto es un estrato de la flota direccionado hacia la especie o *stock* que constituye el recurso objetivo y que además se lo captura en la totalidad de su área de distribución. Este estrato de flota aporta datos respecto de las posibles fluctuaciones de la abundancia de la especie objetivo. De forma similar, en especies que puedan considerarse como *by-catch,* la elección de la flota muestredora es crítica ya que los datos colectados deben provenir de la totalidad del área de distribución de la especie o *stock* .en cuestión.

En este caso el modelo (9) se escribe en la forma:

$$CPUE^{+}_{amti} = p\; p_a\, p_m\, p_t\; \overline{D}^{+}_{a}\; \overline{D}^{+}_{\mathrm{m}}\; \overline{D}^{+}_{t}\;\; D^{+}_{am}\, D^{+}_{at}\, D^{+}_{mt}\quad e^{\eta_{bamti}} \tag{34}$$

, siendo p el poder de pesca del estrato patrón y p_a, p_m y p_t coeficientes que permiten que p se modifique dependiendo del área, mes y año bajo consideración. Si se analiza la ecuación (34) se puede ver que los efectos principales correspondientes a los factores

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Área, Mes y Año, están confundidos. Esto es, es imposible separar el efecto del poder de pesca correspondiente a una dada área, de la abundancia de la misma y lo mismo pasa con el mes y con el año. Observar que en el modelo (34) estamos obligados a considerar $p_a\,\overline{D}_a^+$, $p_m\,\overline{D}_m^+$ y $p_t\,\overline{D}_t^+$, como los efectos principales correspondientes a los factores Área, Mes y Año, sin poder separar el "efecto barco" del "efecto abundancia".

Ahora bien, si en (34) asumimos que el poder de pesca del estrato patrón no depende del área, del mes y del año, esto es, que el "estrato patrón" pesca de la misma forma en cada área y cada mes y esto se mantiene a lo largo de los años, entonces se puede considerar $p_a\,p_m\,p_t = 1$ y por lo tanto (34) se rescribe como:

$$CPUE_{amti}^+ = p\,\overline{D}_a^+\,\overline{D}_{\mathrm{m}}^+\,\overline{D}_t^+\;\;D_{am}^+\,D_{at}^+\,D_{mt}^+\;\;e^{\eta_{amti}} \tag{35}$$

, y en la escala logarítmica:

$$y_{amti} = \alpha + \beta_a + \gamma_m + \delta_t + (\beta\gamma)_{am} + (\beta\delta)_{at} + (\gamma\delta)_{mt} + \eta_{amti} \tag{36}$$

, y en términos de la parametrización Sigma-restrictiva:

$$y_{amti} = \mu' + \beta_a' + \gamma_m' + \delta_t' + (\beta\gamma)_{am}' + (\beta\delta)_{at}' + (\gamma\delta)_{mt}' + \eta_{amti} \tag{37}$$

Igualando (36) y (37), promediando sobre *i* y tomando esperanza matemática sobre el término de error, tenemos que:

$$\alpha + \beta_a + \gamma_m + \delta_t + (\beta\gamma)_{am} + (\beta\delta)_{at} + (\gamma\delta)_{mt} = \mu' + \beta_a' + \gamma_m' + \delta_t' + (\beta\gamma)_{am}' + (\beta\delta)_{at}' + (\gamma\delta)_{mt}' \tag{38}$$

Si como antes definimos el índice I_{amt}^+ correspondiente al área *a*, al mes *m* y al año *t*, a partir de (28), vemos de acuerdo a (38), a la definición de $\overline{D}_{amt}^+$ y a la definición obvia de α, que:

$$I_{amt}^+ = p\,\overline{D}_{amt}^+ \tag{39}$$

De esta forma, a partir de (39), teniendo en cuenta la definición de I_t^w dada en (27) y la definición de $\overline{D}_t^w$ dada en (24), vemos que se satisface que:

$$I_t^w \propto \overline{D}_t^w \tag{40}$$

Campaña de investigación

En una campaña de investigación el muestreador es un BIP utilizado para efectuar el monitoreo anual del recurso. En estos casos, generalmente, las campañas se realizan en un "mes" m_* específico y por lo tanto el factor Mes no está presente en el diseño ni en el modelo. En éste caso entonces el modelo (9) se reescribe en la forma (seguimos considerando el CPUE pero también se podría considerar la densidad):

$$CPUE_{ati}^+ = p\,p_a\,p_t\;\overline{D}_a^+\,\overline{D}_t^+ D_{at}^+\,e^{\eta_{ati}} \tag{41}$$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

, siendo p el poder de pesca del BIP considerado en el mes m_* de la campaña y p_a, p_t coeficientes que permiten que p se modifique dependiendo del área y año bajo consideración. En (41) debe tenerse en cuenta que:

$$\overline{D}_{at}^{+} = \overline{D}_{a}^{+}\ \overline{D}_{t}^{+} D_{at}^{+} \tag{42}$$

, representa ahora la densidad media de las densidades positivas en el área a y el año *t*, correspondiente al mes m_*, si bien en la notación simplificada utilizada (a los efectos de no tornar compleja la notación) no se hace referencia al mes m_* en consideración.

Ahora bien, si en (41) asumimos que el poder de pesca del BIP no depende del área y del año, esto es, el BIP pesca de la misma forma en cada área y esto se mantiene a lo largo de los años, entonces se puede considerar $p_a\ p_t = 1$ y por lo tanto (41) se rescribe como:

$$CPUE_{ati}^{+} = p\ \overline{D}_{a}^{+}\ \overline{D}_{t}^{+} D_{at}^{+}\ e^{\eta_{ati}} \tag{43}$$

, y en la escala logarítmica:

$$y_{ati} = \alpha + \beta_a + \delta_t + (\beta\delta)_{at} + \eta_{ati} \tag{44}$$

, y en términos de la parametrización Sigma-restrictiva:

$$y_{ati} = \mu' + \beta_a' + \delta_t' + (\beta\delta)_{at}' + \eta_{ati} \tag{45}$$

Igualando (44) y (45), promediando sobre *i* y tomando esperanza matemática sobre el término de error, tenemos que:

$$\alpha + \beta_a + \delta_t + (\beta\delta)_{at} = \mu' + \beta_a' + \delta_t' + (\beta\delta)_{at}' \tag{46}$$

La expresión análoga a (28) será ahora:

$$I_{at}^{+} = \exp(\mu' + \beta_a' + \delta_t' + (\beta\delta)_{at}') \tag{47}$$

, y el índice de abundancia que consideraremos, análogo a (27), es:

$$I_t^{w} = \sum_{a=1}^{n_a} w_a \pi_{at}^{+}\ I_{at}^{+} \tag{48}$$

, siendo ahora I_t^w un índice anual de la abundancia en el mes m_*.

De acuerdo a (46), a la definición obvia de α y a la definición de $\overline{D}_{at}^{+}$ dada en (42), tenemos que:

$$I_{at}^{+} = p\ \overline{D}_{at}^{+} \tag{49}$$

Por otra parte, la expresión análoga a $\overline{D}_t^w$, dada en (24), correspondiente al caso en que la densidad considerada es la densidad anual media para un mes m_* específico, está dada por:

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

$$\overline{D}_t^w = \sum_{a=1}^{n_a} w_a \pi_{at}^+ \overline{D}_{at}^+ \tag{50}$$

De esta forma, a partir de (49), teniendo en cuenta la definición de I_t^w dada en (48) y la definición de $\overline{D}_t^w$ dada en (50), vemos que se satisface que:

$$I_t^w \propto \overline{D}_t^w \tag{51}$$

Caso particular cuando la proporción de ceros es despreciable

Si la proporción de ceros es despreciable, con lo cual podríamos considerar $\pi_{amt}^+ \cong 1$, entonces la densidad media anual se reduce a:

$$\overline{D}_t^w = \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{a=1}^{n_a} w_a \ D_{amt}^+ \tag{52}$$

, y el índice pasa a ser:

$$I_t^w = \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{a=1}^{n_a} w_a \ I_{amt}^+ \tag{53}$$

Obviamente sigue valiendo la condición de que si las interacciones con el factor Barco son nulas, entonces el índice (53) es proporcional a la densidad media anual $\overline{D}_t^w$, dada en (52).

Lo interesante en este caso (proporción de ceros despreciable) es la existencia de un índice simple alternativo, dado por:

$$I_t = \exp(\mu' + \delta_t') \tag{54}$$

, donde μ' y δ_t' son la constante y el parámetro asociado al año t, respectivamente, del modelo lognormal (12).

Se puede demostrar matemáticamente (Hernández y Perrotta, 2006), que I_t es proporcional a $\overline{D}_t^w$, en la medida que las interacciones con el factor Año del modelo (11) (Barco x Año, Área x Año, Mes x Año) sean nulas.

Incorporación de factores categóricos suplementarios y covariables continuas en el modelo para los valores de $CPUE$ positivos

Además de los factores considerados en los modelos (9) y (12) para los rendimientos positivos, pueden incorporarse covariables continuas (ambientales, estructurales u operativas) y factores categóricos suplementarios o cofactores, que permitan explicar un porcentaje significativo de devianza, reduciendo de esta forma la devianza residual y mejorando el ajuste del modelo a los datos.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

A los efectos de simplicidad en la notación consideraremos la incorporación de un solo cofactor F y de una sola covariable x^1 y en principio reescribiremos la ecuación (1) de Gulland en una forma más general, incorporando el factor F, teniendo entonces:

$$CPUE^{+}_{bamtfi} = p_{bamtfi}\ \overline{D}^{+}_{amtfi} \tag{55}$$

, siendo f uno de los niveles del cofactor F, con $1 \leq f \leq n_F$.

Ahora bien, podemos escribir:

$$\begin{aligned} \overline{D}^{+}_{amtfi} &= \overline{D}^{+}_{amt}\ (\overline{D}^{+}_{amtfi} / \overline{D}^{+}_{amt}) \\ &= \overline{D}^{+}_{amt}\ e^{\zeta^1_{bamtfi}} \end{aligned} \tag{56}$$

, siendo $\zeta^1_{bamtfi} = \ln(\overline{D}^{+}_{amtfi}) - \ln(\overline{D}^{+}_{amt})$

Y entonces, rescribimos (55) en la forma:

$$CPUE^{+}_{bamtfi} = p_{bamtfi}\ \overline{D}^{+}_{amt}\ e^{\zeta^1_{bamtfi}} \tag{57}$$

Debe observarse que al aparecer explícitamente en el poder de pesca el índice *i*, correspondiente al lance, estamos considerando la posibilidad de que el poder de pesca dependa de cofactores y covariables locales que tengan que ver con características ambientales o estructurales y operativas del buque en consideración. La idea, por lo tanto, es introducir el cofactor F y la covariable x^1 a los efectos de explicar parte de la variación del poder de pesca y eliminar los efectos de esta variación sobre el índice de abundancia, para que de esta forma se manifiesten en el índice las variaciones temporales reales de la abundancia del recurso. A tal efecto planteamos la siguiente relación entre el poder de pesca y la covariable:

$$p_{bamtfi} = \varphi_{bamtf}\ (x^1_{bamtfi})^{\theta_1}\ e^{\zeta^2_{bamtfi}} \tag{58}$$

Teniendo en cuenta (57) y (58) tenemos entonces que:

$$CPUE^{+}_{bamtfi} = \varphi_{bamtf}\ (x^1_{bamtfi})^{\theta_1}\ \overline{D}^{+}_{amt}\ e^{\zeta_{bmtafi}} \tag{59}$$

, siendo $\zeta_{bmatfi} = \zeta^1_{bamtfi} + \zeta^2_{bamtfi}$

Tomando logaritmo natural en ambos miembros de (59) y reordenando términos, tenemos que:

$$\ln(CPUE^{+}_{bamtfi}) = \ln(\varphi_{bamtf}) + \ln(\overline{D}^{+}_{amt}) + \theta_1\ \ln(x^1_{bamtfi}) + \zeta_{bmatfi} \tag{60}$$

Por su parte, si factorizamos φ_{bamtf} en la forma:

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

$$\varphi_{bamtf} = \varphi_b \, \varphi_{ba} \, \varphi_{bm} \, \varphi_{bt} \, \varphi_f \tag{61}$$

(incorporando sólo el efecto principal, φ_f , del cofactor F) y mantenemos la factorización:

$$\overline{D}^{+}_{amt} = \overline{D}^{+}_{a} \, \overline{D}^{+}_{\mathrm{m}} \, \overline{D}^{+}_{t} \; D^{+}_{am} \, D^{+}_{at} \, D^{+}_{mt} \tag{62}$$

, entonces incorporando (61) y (62) en (60) y reordenando términos, podemos reescribir el modelo (60) en la forma:

$$\begin{aligned} \ln(CPUE^{+}_{bamtfi}) = {} & \alpha_b^{Fx^1} + \beta_a + \gamma_m + \delta_t + (\alpha\beta)_{ba}^{Fx^1} + (\alpha\gamma)_{bm}^{Fx^1} + (\alpha\delta)_{bt}^{Fx^1} + (\beta\gamma)_{am} + (\beta\delta)_{at} \\ & + (\gamma\delta)_{mt} + \phi_f + \theta_1 \ln(x^1_{bamtfi}) + \zeta_{bamtfi} \end{aligned} \tag{63}$$

, siendo:

$$\begin{aligned} & \alpha_b^{Fx^1} = \ln(\varphi_b) \;, (\alpha\beta)_{ba}^{Fx^1} = \ln(\varphi_{ba}) \;, (\alpha\gamma)_{bm}^{Fx^1} = \ln(\varphi_{bm}) \;, (\alpha\delta)_{bt}^{Fx^1} = \ln(\varphi_{bt}) \\ & \beta_a = \ln(\overline{D}^{+}_{a}) \;,\; \gamma_m = \ln(\overline{D}^{+}_{m}) \;,\; \delta_t = \ln(\overline{D}^{+}_{t}) \\ & (\beta\gamma)_{am} = \ln(D^{+}_{am}) \;,\; (\beta\delta)_{at} = \ln(D^{+}_{at}) \;,\; (\gamma\delta)_{mt} = \ln(D^{+}_{mt}) \;,\; \phi_f = \ln(\varphi_f) \end{aligned} \tag{64}$$

En (63) hemos considerado la notación con el supraíndice Fx^1, para denotar que ahora en el modelo se han incorporado el cofactor F y la covariable x^1. No obstante, debe observarse que en el modelo (63) algunos parámetros dependen de la inclusión en el mismo del cofactor F y la covariable x^1 (los parámetros asociados con el poder de pesca) y otros parámetros no (los parámetros relacionados con la densidad media). Teniendo en cuenta esto último se puede establecer que si en el modelo (63) se tiene $(\alpha\beta)_{ba}^{Fx^1} = 0$, $(\alpha\gamma)_{bm}^{Fx^1} = 0$, $(\alpha\delta)_{bt}^{Fx^1} = 0$, para todo *b, a, m, t*, entonces, $I^{+}_{amt} \propto \overline{D}^{+}_{amt}$ y por lo tanto $I^{w}_{t} \propto \overline{D}^{w}_{t}$ (Apéndice B).

Debe observarse que al introducir el cofactor F y la covariable x^1, las nuevas interacciones con el factor Barco pueden dejar de ser significativas y esto determinar que se satisfagan entonces las condiciones que permiten considerar al índice de abundancia ponderado, proporcional a la abundancia media anual del recurso. En última instancia, más que hacer suposiciones, se debe considerar el modelo con el cofactor F y la covariable x^1 y someter las interacciones con el factor Barco a contrastación estadística.

Debe observarse que en el modelo (63) estamos suponiendo que el coeficiente de regresión parcial, θ_1, es el mismo en todas las celdas (*b,a,m,t*), esto es, que hay una pendiente común homogénea, independientemente del barco, área, mes o año considerado. Este supuesto se puede relajar y extender el modelo (63) haciendo depender la pendiente de los niveles de los factores categóricos Barco, Área, Mes y Año. El modelo con pendientes heterogéneas requiere de una notación más compleja que la utilizada al definir el modelo (63) y más allá de que no es nuestra intención complejizar la notación innecesariamente, no lo presentamos fundamentalmente porque el tema en sí es cómo implementar el modelo con pendientes heterogéneas en la práctica. Lo que podemos decir es que esto dependerá del programa de cálculo utilizado para efectuar el análisis de los datos, por ejemplo en el programa STATISTICA 8.0 una forma de hacer

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

depender las pendientes de los niveles de los factores categóricos es definir interacciones entre los factores categóricos y las covariables continuas e incluir éstas interacciones en la definición del modelo.

En caso de incorporar otros cofactores, G, H,…, y otras covariables x^2, x^3, …, que puedan explicar parte de la variabilidad en los $CPUE$ generada por cambios en el poder de pesca, deberían incorporarse los efectos principales de los cofactores, ϕ_g, ϕ_h,… y los términos $\theta_2 \ln(x^2_{bamtfghi})$, $\theta_3 \ln(x^3_{bamtfghi})$,…, en el modelo lineal (63).

Incorporación de covariables continuas en el modelo logit

Para el caso del modelo (15) supongamos que se miden en cada lance las covariables $x^{\pi 1}$, $x^{\pi 2}$,…, $x^{\pi p}$, de forma tal que el modelo (15) lo reescribimos como:

$$\ln(\pi^+_{amt}(x_1,x_2)/(1-\pi^+_{amt}(x_1,x_2))) = \mu^{\pi x}_{amt} + \sum_{k=1}^{p} \beta^{\pi}_k x^{\pi k}_{amt}(x_1,x_2) \qquad (65)$$

, siendo:

$$\mu^{\pi x}_{amt} = \mu^{\pi x} + \beta^{\pi x}_a + \gamma^{\pi x}_m + \delta^{\pi x}_t + (\beta\gamma)^{\pi x}_{am} + (\beta\delta)^{\pi x}_{at} + (\gamma\delta)^{\pi x}_{mt} \qquad (66)$$

$\pi^+_{amt}(x_1,x_2)$: probabilidad de densidad positiva, dentro de la celda (*a,m,t*), correspondiente a los valores $x^{\pi 1}_{amt}(x_1,x_2)$, $x^{\pi 2}_{amt}(x_1,x_2)$, …, $x^{\pi p}_{amt}(x_1,x_2)$ de las covariables en el punto de coordenadas (x_1,x_2) dentro del área A_a.

β^{π}_k : coeficiente de regresión parcial asociado con la covariable *k-ésima*.

$x^{\pi k}_{amt}(x_1,x_2)$: valor de la covariable *k-ésima*, en el punto de coordenadas (x_1,x_2) dentro del área A_a, en la celda (*a,m,t*).

En (65) y (66), se utiliza el prefijo "x" para indicar en forma explícita que los valores de los parámetros que definen $\mu^{\pi x}_{amt}$, dependen de las covariables incorporadas en el modelo. Además estos parámetros están sujetos a la parametrización Sigma-restrictiva, como se define en (16).

En el Apéndice C se demuestra que una aproximación a la probabilidad de captura positiva en la celda (*a,m,t*), esto es π^+_{amt}, está dada a partir de:

$$\pi^+_{amt} \cong \frac{1}{(1+\exp(-(\mu^{\pi x} + \beta^{\pi x}_a + \gamma^{\pi x}_m + \delta^{\pi x}_t + (\beta\gamma)^{\pi x}_{am} + (\beta\delta)^{\pi x}_{at} + (\gamma\delta)^{\pi x}_{mt} + \sum_{k=1}^{p} \beta^{\pi}_k \bar{x}^{\pi k}_{amt.})))} \qquad (67)$$

, siendo $\bar{x}^{\pi k}_{amt.}$ el valor medio de la covariable *k-ésima* en la celda (*a,m,t*), los cuales deben ser conocidos en todas las celdas (*a,m,t*). Esto puede generar problemas de indeterminaciones numéricas, en los casos en que en los datos no estén presentes todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores Área, Mes y Año. Esto podría llevarnos a tener que reconsiderar la discretización de los factores Área y Mes, a los efectos de lograr la presencia en los datos de todas las combinaciones posibles. En el

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

peor de los casos deberíamos reconsiderar la inclusión de las covariables en el modelo logístico.

Debe observarse que, al incluir covariables cuyos valores dependen de coordenadas espaciales y considerar intervalos discretos de tiempo dentro de cada año (factor Mes), para establecer (67) tenemos que imponer una condición de invarianza que en principio puede expresarse en la siguiente forma:

$$\int_{A_a} \pi^{+}_{ast}(x_1, x_2)\ dx_1\ dx_2 = \int_{A_a} \pi^{+}_{as't}(x_1, x_2)\ dx_1\ dx_2 = \int_{A_a} \pi^{+}_{amt}(x_1, x_2)\ dx_1\ dx_2 \tag{68}$$

, para todo s y s', $s \neq s'$, dentro del intervalo $(m-1)\Delta \leq s \leq m\Delta$.

La condición de invarianza planteada en (68) se satisface, en particular, cuando la distribución espacial del recurso es invariante en todo momento dentro del mes *m*. No obstante ésta última es una condición de invarianza muy fuerte, que si bien es suficiente para que se satisfaga (68), no es necesaria. Teniendo en cuenta lo demostrado en la primer parte del Apéndice C, se verá que la condición de invarianza (68) es equivalente a pedir que la proporción de captura positiva sea la misma, independiente del momento considerado dentro del mes *m*, esto es, la condición (68) es equivalente a pedir que π^{+}_{ast} = $\pi^{+}_{as't}$ = π^{+}_{amt} para todo s y s', $s \neq s'$, dentro del intervalo $(m-1)\Delta \leq s \leq m\Delta$. De esta forma, se ve que la condición (68) no es tan exigente como podría parecer en primera instancia.

Estimador del índice I^{w}_{t}, varianza e intervalos de confianza

En lo que sigue, a los efectos de no complejizar la notación utilizada, consideraremos que los modelos para las $CPUE$ positivas y para la proporción de valores de densidad positivos, son los que denominaremos "Modelos Canónicos", dados por (12) y (15), respectivamente. Incluyendo los mismos, los factores Barco, Área, Mes y Año en el caso del modelo (12) y Área, Mes y Año en el caso del modelo (15). A su vez desarrollaremos el caso en que se incorpore una sola covariable, x_{bamti}, para el modelo (12). La generalización a casos más complejos es inmediata.

Por la propiedad de invarianza de los estimadores de Máxima Verosimilitud (Mood & Graybill, 1963), los correspondientes estimadores de Máxima Verosimilitud de π^{+}_{amt} e I^{+}_{amt} están dados por:

$$\hat{\pi}^{+}_{amt} = \frac{1}{(1+\exp(-(\hat{\mu}^{\pi} + \hat{\beta}^{\pi}_{a} + \hat{\gamma}^{\pi}_{m} + \hat{\delta}^{\pi}_{t} + (\hat{\beta}\gamma)^{\pi}_{am} + (\hat{\beta}\delta)^{\pi}_{at} + (\hat{\gamma}\delta)^{\pi}_{mt}))} \tag{69}$$

$$\hat{I}^{+}_{amt} = \exp(\hat{\mu}' + \hat{\beta}'_{a} + \hat{\gamma}'_{m} + \hat{\delta}'_{t} + (\hat{\beta}\gamma)'_{am} + (\hat{\beta}\delta)'_{at} + (\hat{\gamma}\delta)'_{mt}) \tag{70}$$

, donde a los estimadores de Máxima Verosimilitud de los parámetros los indicamos con un sombrerito.

Por la misma propiedad de invarianza, el estimador de Máxima Verosimilitud del índice I^{w}_{t} está dado por:

$$\hat{I}^{w}_{t} = \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{a=1}^{n_a} w_a \hat{\pi}^{+}_{amt}\ \hat{I}^{+}_{amt} \tag{71}$$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Si se dispone de una plataforma de programación (por ejemplo el R) que permita efectuar en forma simple la estimación por Máxima Verosimilitud de los parámetros de Modelos Lineales generales y Modelos Lineales Generalizados, se pueden considerar métodos computacionalmente intensivos como el *bootstrap* (Efron, 1982), para calcular desvíos estándar, intervalos de confianza, percentiles, etc., del índice de abundancia ponderado.

En principio, debemos introducir cierta notación a los efectos de definir el procedimiento de re-muestreo en forma clara.

La muestra inicial la podemos considerar como el conjunto de las muestras correspondientes a cada celda (*b,a,m,t*) no vacía, esto es:

$$M = \{M_{bamt}\}_{bamt}, \quad \text{para toda celda } (b,a,m,t) \text{ no vacía} \tag{72}$$

, siendo:

$$M_{bamt} = \{y_{bamt1}, y_{bamt2}, ..., y_{bamtn_{bamt}}\} \tag{73}$$

La correspondiente muestra de re-muestreo (*bootstrap sample*), la escribimos:

$$M^*_{bamt} = \{y^*_{bamt1}, y^*_{bamt2}, ..., y^*_{bamtn_{bamt}}\} \tag{74}$$

Y por lo tanto la muestra total de re-muestreo estará dada por:

$$M^* = \{M^*_{bamt}\}_{bamt}, \text{ para toda celda } (b,a,m,t) \text{ no vacía} \tag{75}$$

Cada valor de re-muestreo de la variable respuesta, y^*_{bamti}, tiene asociado los correspondientes valores de las covariables, x^*_{bamti} para el modelo (12) y $x^{\pi*}_{amti}$ para el modelo (15). De esta forma, cada vez que se selecciona un valor de la variable respuesta de la muestra M_{bamt}, se obtiene el correspondiente valor de la muestra de re-muestreo M^*_{bamt} y los correspondientes valores de las covariables, esto es: y^*_{bamti}, x^*_{bamti}, $x^{\pi*}_{amti}$.
Hechas estas aclaraciones, el procedimiento completo de re-muestreo lo podemos plantear de la siguiente forma:

(1) Re-muestrear M y obtener M^* y en lo que sigue considerar como base de datos de trabajo a M^*, incluyendo los correspondientes valores de las covariables.
(2) Obtener los las estimaciones de Máxima Verosimilitud de los parámetros de los modelos log-normal (12) con el agregado de la covariable $\ln(x^*_{bamti})$ y el modelo logístico (15) con el agregado de la covariable $x^{\pi*}_{amti}$.
(3) Calcular $\hat{\pi}^{+*}_{amt}$ e $\hat{I}^{+*}_{amt}$ a partir de (69) y (70).
(4) Calcular la estimación del índice anual de abundancia, $\hat{I}^{w*}_t$ a partir de (71).
(5) Almacenar el valor de $\hat{I}^{w*}_t$.
(6) Repetir 1 a 6 un número predeterminado de veces (1.000 o 2.000 veces).

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Debe observarse que en caso, por ejemplo, de incluir un factor suplementario F, la celda básica de remuestreo será ahora (*b,a,m,t,f*).

Estimación del índice de abundancia anual sin la utilización del modelo logístico

El índice de abundancia media anual lo calculamos a partir de la expresión (71), en donde las probabilidades $\hat{\pi}^{+}_{amt}$ las estimamos a partir del modelo logístico canónico (15). No obstante existe otra posibilidad de estimar el índice de abundancia media anual, que prescinde del modelo logístico (15), considerando a tal efecto las probabilidades π^{+}_{amt} estimadas a partir de las proporciones observadas de capturas positivas dentro de cada celda (*a,m,t*), a las cuales denominaremos p^{+}_{amt} y que se calculan a partir de:

$$p^{+}_{amt} = \frac{n^{+}_{amt}}{n_{amt}} \tag{76}$$

, siendo n^{+}_{amt} y n_{amt} el número total de lances con captura positiva y el número total de lances efectuados, en la celda (*a,m,t*), respectivamente, correspondientes a todos los estratos de flota considerados en el análisis.

Teniendo en cuenta (76) podemos definir un índice empírico de la abundancia media anual a partir de:

$$\hat{I}^{we}_{t} = \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{a=1}^{n_a} w_a \, p^{+}_{amt} \, \hat{I}^{+}_{amt} \tag{77}$$

En el caso en el cual no existan celdas (*a,m,t*) vacías (que determinarían el desconocimiento de p^{+}_{amt} en las mismas), el índice empírico (77) puede utilizarse sin inconvenientes y puede, eventualmente, ser más adecuado que el índice $\hat{I}^{w}_{t}$ definido en (71), que requiere el uso de las probabilidades $\hat{\pi}^{+}_{amt}$ calculadas a partir del modelo (15), quedando de esta forma su comportamiento condicionado a la buena performance de éste modelo, que en su definición implica asumir un conjunto de supuestos que no necesariamente tienen porque ser ciertos en todos los casos.

Para el cálculo de la varianza y de los intervalos de confianza del índice empírico $\hat{I}^{we}_{t}$ definido en (77) se puede considerar el método de *bootstrap*, ya definido para el índice $\hat{I}^{w}_{t}$, con pequeñas variantes. El procedimiento de remuestreo modificado es el siguiente:

(1) Re-muestrear M y obtener M^{*} y en lo que sigue considerar como base de datos de trabajo a M^{*}, incluyendo los correspondientes valores de las covariables.
(2) Obtener los las estimaciones de Máxima Verosimilitud de los parámetros de los modelos log-normal (12) con el agregado de la covariable $\ln(x^{*}_{bamti})$.
(3) Calcular p^{+*}_{amt} e $\hat{I}^{+*}_{amt}$ a partir de (76) y (70).
(4) Calcular la estimación del índice anual de abundancia, $\hat{I}^{we*}_{t}$ a partir de (77).

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

(5) Almacenar el valor de $\hat{I}_t^{we*}$.

(6) Repetir 1 a 5 un número predeterminado de veces (1.000 o 2.000 veces).

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Descripción de la especie y de la pesquería.

El gatuzo (*Mustelus schmitti*) es un tiburón demersal-bentónico, que alcanza una talla máxima de 105 cm (Menni, 1985), predominante dentro del conjunto de peces cartilaginosos presentes en el Mar Argentino. Se distribuye en el Océano Atlántico Sudoccidental entre 22° S (Brasil) y 47° 45´ S (Argentina), desde zonas costeras hasta 120 m de profundidad (Massa *et al.*, 2004). Sin embargo, la abundancia en el Sur de Brasil ha decrecido (Voorem, *et al.* 2005) sin presencia de reportes de desembarques anuales en la estadística internacional durante el período 2000-2012 (FAO, *Global Capture Production (FishStat) Dataset*, Septiembre 2014). La misma tendencia decreciente se evidencia también en los desembarques uruguayos declarados en la misma fuente, de alrededor de 1.000 t para el año 2000 a alrededor de 350 t para el año 2012. Los desembarques argentinos declarados de gatuzo variaron entre 10.000 t y 12.000 t en el período 1992-1999, con una disminución de aproximadamente 7.500 t durante los años 2002-2005, con un nuevo incremento a niveles de 10.000 t aproximadamente en el período 2006-2008 (Subsecretaría de Pesca y Acuicultura, 2014 a). Luego hubo disminuciones sucesivas hasta alcanzar 5.600 t en 2012.

Esta especie es principalmente capturada en el Ecosistema Costero Bonaerense (Lasta *et al.*, 2000; Massa *et al.*, 2004; Fernández Aráoz, 2004) entre 35º S y 41º S, en coincidencia con las principales áreas de concentración en la Plataforma Continental Argentina, en la pesquería costera multiespecífica con alrededor de otras 30 especies de peces óseos y cartilaginosos, conjunto habitualmente denominado “variado costero”. Aunque diversas flotas pescan este conjunto íctico, mayoritariamente arrastreras con red de arrastre de fondo, la principal flota que captura gatuzo es la costera (Massa *et al.*, 2004), que conserva la captura en cajones con hielo en escamas para su posterior procesamiento en tierra.

Durante 2008, último año del período considerado en este trabajo, la corvina (*Micropogonias furnieri*) y la pescadilla (*Cynoscion guatucupa*), tradicionalmente las especies más importantes de este conjunto, representaron el 23,2 y el 15,6 % en peso, respectivamente, del total desembarcado del “variado costero” correspondiente al Ecosistema Costero Bonaerense (Fernández Aráoz, 2009). El desembarque de gatuzo aportó 9% al total, segundo en importancia de los condrictios luego de un conjunto de rayas sin diferenciación específica en el Parte de Pesca (PP). Este Parte consiste en una declaración jurada obligatoria, confeccionada por el capitán de cada embarcación al finalizar cada viaje de pesca. En el PP se señalan básicamente datos de captura por especie o grupo de especies y esfuerzo pesquero asociado (número de lances y horas de arrastre) en cada rectángulo estadístico (RE), además de los datos de la embarcación, fechas de la salida y entrada a puerto. Esta información es la que conforma la estadística pesquera oficial argentina. Cada RE corresponde a un área de un grado de latitud por uno de longitud, identificado con las coordenadas del vértice superior derecho.

Elección de la Flota Muestreadora.

Para este trabajo la flota arrastrera argentina, que utiliza red de arrastre de fondo, se dividió en tres estratos según su eslora: hasta 18 m, entre 18 y 25 m y buques con esloras mayores a 25m. En la Figura 1 se destacan con distintos símbolos, los RE que fueron visitados por las distintas flotas según su eslora, donde éstas declararon capturas

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

de gatuzo por lo menos una vez al año, durante todos los años del período 2000-2008. Puede observarse que la flota menor, debido a sus características operacionales, tiene una cobertura del área más cercana a la costa, mientras que la flota de mayor eslora (> 25 m), durante este período operó principalmente en los RE correspondientes al sur del área de trabajo. Es claro que la mayor cobertura del área de distribución del gatuzo, durante el período de trabajo, la realizó la flota entre 18 y 25 m de eslora. Este hecho es central para la elección de la flota muestreadora, ya que los índices de abundancia deben ser estimados considerando en lo posible, la totalidad del área de distribución de la población o *stock*. Estos índices habitualmente se utilizan luego para calibrar modelos de evaluación y se suponen proporcionales a la Biomasa del efectivo o población, principalmente en especies de las que se carecen de índices de abundancia poblacionales independientes de la flota comercial, o sea estimados a partir de campañas de investigación. No deberían existir concentraciones por fuera de las áreas involucradas en la modelización, a menos que éstas puedan considerarse fehacientemente como poco representativas o despreciables a los cambios de abundancia del efectivo o población (Campbell, 2004 y 2015; Carruthers *et al.*, 2011).

Selección del área de trabajo.

Como se mencionó anteriormente, el área de trabajo se presenta en la Figura 1. El criterio señalado para la elección de la flota muestreadora, indica por sí la extensión del área de distribución de la especie. Pero además, según los antecedentes, el área de la Figura 1 contiene las principales zonas de concentración de gatuzo, gran parte del área de distribución de la especie (como ya fuera mencionado en la introducción respecto de Brasil y Uruguay) y de operación de la flota comercial en las áreas costeras del Uruguay y de la R. Argentina, Zona Común de Pesca Argentino Uruguaya (ZCPAU) y Mar Argentino hasta 42ºS (Massa *et al.*, 2004). Los registros disponibles correspondientes al sur del área delimitada en la Figura 1 fueron eliminados, según antecedentes que señalan que las capturas al sur de 42º S representaron menos del 5% del total anual durante el período 1992-2008 (Pérez, *et al.* 2011). Cabe señalar que de esta manera queda establecido, el criterio para seleccionar aquellos registros sin capturas de gatuzo (nulos), es decir aquellos correspondientes a la flota muestreadora en el área establecida en la Figura 1 que no declararon captura de gatuzo. Pero para evitar posibles presencias de registros tipificados como nulos, pero que se hayan producido por falencias en la declaración en el PP por parte de los capitanes de los buques comerciales (por ej. Descartes), adicionalmente fueron eliminados los registros nulos de aquellos buques correspondientes a la flota muestreadora, que no hubieran declarado capturas de gatuzo por lo menos una vez al año, a lo largo de cada año del período.

Elección del período de trabajo.

El período de trabajo considerado fue 2000-2008. A partir del año 2000 la flota muestreadora (18 a 25m de eslora) desembarcó las mayores capturas anuales de gatuzo, que anteriormente habían sido similares o aún inferiores a las correspondientes a los buques de mayor eslora (>25 m). Esto es coincidente, con un mayor número de registros con declaración de capturas de gatuzo por parte de la flota muestreadora, respecto de los buques más grandes (Pérez, *et al.* 2011). El año 2008 fue considerado como de finalización del período de trabajo debido a un cambio en el formulario del PP a partir del año 2009 (Subsecretaría de Pesca y Acuicultura, Argentina, 2014 b). En la Tabla 1 se presenta el porcentaje de las capturas declaradas correspondientes a la flota muestreadora en el área de trabajo, respecto de la captura total anual de la especie declarada por la flota comercial argentina. Representó en promedio en todo el período alrededor de un 48%.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Datos básicos.

La base de datos se confeccionó, a partir de los PP provistos por el Centro de Cómputos del INIDEP. Cada registro de la base en el área y período, correspondiente a la flota muestreadora, estuvo compuesto por: año, tipo de flota, matrícula del buque, nombre del buque, eslora, potencia del motor principal en HP, TRB (tonelaje de registro bruto), capacidad de bodega (m^3), velocidad de arrastre (nudos) declarada por cada embarcación, posición (RE), fecha de zarpada y arribo, mes (establecido según fecha de arribo), tipo de fondo, estado del tiempo (escala Beaufort), captura declarada de todas las especies (kg) en el RE, captura declarada de gatuzo (kg) en el RE, tiempo de pesca (horas) y código numérico de la especie de mayor captura declarada. Además, a cada registro se le asignó una temperatura semanal de superficie del mar (correspondiente al día miércoles de cada semana) según el RE señalado en el PP como área de captura, temperatura disponible a partir de la base de datos de la agencia gubernamental de los EEUU, NOAA (http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/gridded/data.noaa.oisst.v2.html). Por lo tanto, a cada registro se lo adjudicó a una semana considerada de domingo a sábado según su fecha de desembarque.

No se consideraron los registros correspondientes a los buques tipificados como congeladores, por ser una flota minoritaria respecto de su actividad sobre la especie (Massa *et al.,* 2004). En un primer filtrado fueron descartados aquellos registros correspondientes a la flota muestreadora, que no consignaban alguno de los datos señalados en el párrafo anterior. También fueron descartados aquellos registros que se consideraron como pesca dirigida a las especies pelágicas anchoíta (*Engraulis anchoita*) y caballa (*Scomber japonicus*), por figurar en los registros como las especies de mayor captura declarada, aunque los buques hayan operado con red de arrastre de fondo.

Luego de los filtrados, el número de registros utilizados para el ajuste de los modelos fue de 11.849.

En las Figuras 2 se presentan las CPUE promedios observadas de gatuzo y las proporciones observadas de registros positivos, es decir con presencia declarada de gatuzo en las capturas, por Año, Trimestre y RE. En la Figura 3 se indican el número de los registros, evidentemente no balanceados, para la combinación de los factores canónicos señalados (Año, Trimestre y RE) que fueron utilizados para el ajuste de los modelos. Se evidencia cierto incremento de los registros correspondientes con la parte norteña del área de trabajo hacia el final del período. Esto marcaría cierta tendencia a un cambio en el comportamiento de la flota respecto de la dinámica de las áreas de pesca.

Además, para la estimación de los índices ponderados por el área, las superficies de los RE por grado de latitud se calcularon mediante el programa *Phyton (Phyton Software Foundation, V. 2.7.8,* 2014*).*

Variables consideradas en la modelización.

A continuación se presentan las variables discretas (factores canónicos y cofactores) y continuas (covariables) consideradas en los modelos.

Factores canónicos:

RE_a = variable categórica correspondiente al nivel *a* del factor Área (Figura 1, sin sombreado, para detalles ver el texto). 22 niveles.

$Trimestre_m$ = variable categórica correspondiente al nivel *m* del factor Trimestre. Cuatro niveles.

$Año_t$ = variable categórica correspondiente al nivel *t* del factor Año. Período 2000-2008, 9 niveles. Relativa a la fecha de arribo del buque.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Cofactores:

$Tipo_fdo_i$ = variable categórica correspondiente al nivel *i* del factor Tipo de fondo. Dos niveles. Fondo blando (arena, fango, arena y fango) y Fondo duro (conchilla, pedregoso, rocoso).

$Estado_tie_j$ = variable categórica correspondiente al nivel *j* del factor Estado del tiempo. Dos niveles. Bueno (correspondiente a escala Beaufort 0 a 3) y malo (correspondiente a escala Beaufort > 3).

Esp_k = variable categórica correspondiente al nivel *k* del factor Especie. 28 niveles. Código numérico de la especie de mayor captura declarada en cada registro.

Estos cofactores fueron considerados en el modelo lognormal para explicar potenciales variaciones en las CPUE, debidas a eventuales cambios en las capturabilidades en cada operación de pesca. Cabe señalar que esta especie se capturó mayoritariamente, durante el período de trabajo, en conjunto con otras especies en la pesquería del "variado costero" o como *by-catch* (Sánchez *et al.*, 2011).

Variables continuas (covariables):

Las variables consideradas fueron: temperatura de superficie ($T\sup$), potencia del motor principal (HP), velocidad de arrastre ($Velarr$). Tanto por las consideraciones teóricas ya explicitadas, como por pruebas realizadas mediante GAM (detección de efectos no lineales), estas variables fueron logaritmizadas, mediante la aplicación del logaritmo natural. Cabe señalar que las tres variables continuas fueron incorporadas en el modelo lognormal, con el propósito de incluír potenciales efectos debidos a los diferentes poderes de pesca de las embarcaciones de la flota muestreadora asociados a mayores áreas barridas ($\ln(HP)$) y potenciales efectos en la capturabilidad ($\ln(T\sup)$, $\ln(Velarr)$) en cada operación de pesca. El $\ln(HP)$ fue incorporado luego de evaluar su correlación significativa con el resto de las variables "estructurales" de las embarcaciones (TRB y Capacidad de Bodega), que por lo tanto, no fueron incorporadas luego a los modelos. Además en el modelo logístico, el $\ln(T\sup)$ fue incorporado debido a su potencial relación con la presencia o ausencia de gatuzo en cada operación de pesca.

Modelización:

El modelo lognormal con interacciones de primer orden de los factores canónicos se construyó como:

$$\begin{aligned}\ln(CPUE_{amtijk}) = {} & \mu + RE_a + Trimestre_m + Año_t + Tipo_fdo_i + Estado_tie_j + Esp_k \\ & + (RE\ x\ Trimestre)_{am} + (RE\ x\ Año)_{at} + (Trimestre\ x\ Año)_{mt} \\ & + \ln(HP) + \ln(Velarr) + \ln(T\sup) + \varepsilon_{amtijk}\end{aligned}$$

Siendo:

$CPUE_{amtijk}$ = CPUE (kg h^{-1}), expresado como kilogramos de gatuzo por hora de arrastre correspondiente al área *a*, trimestre *m*, año *t,* tipo de fondo *i*, estado del tiempo *j*, código de especie mas capturada *k.*

μ = constante del modelo.

ε_{amtijk} = término de error del modelo.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

El modelo logístico con interacciones de primer orden de los factores canónicos e incluyendo la covariable $\ln(T\sup)$, se construyó como:

$$\ln(\pi_{amt\ \ln(T\sup)}/(1-\pi_{amt\ \ln(T\sup)})) = \mu + RE_a + Trimestre_m + Año_t + (RE\ x\ Trimestre)_{am} + (RE\ x\ Año)_{mt} + (Trimestre\ x\ Año)_{mt} + \ln(T\sup)$$

Siendo:

$\pi_{amt\ \ln(T\sup)}$= probabilidad de registros positivos correspondiente al área *a,* trimestre *m,* año *t* en el valor $\ln(T\sup)$de la temperatura de superficie.

Selección de modelos.

La selección de los modelos y variables se realizó mediante el criterio de información de Akaike (AIC) (Burnham & Anderson, 2002). En las Tablas 2 y 3 se presentan los distintos modelos alternativos, con las variables explicativas consideradas en cada uno de ellos, el R^2 (o pseudo R^2, estimado a partir de restar a la unidad el cociente de los logaritmos de las verosimilitudes máximas para el modelo logístico en consideración y el modelo logístico incluyendo sólo el intercepto), los Grados de Libertad (GL), el logaritmo de la verosimilitud de cada modelo (logLik), el Delta (ΔAIC) y Peso de Akaike (PesoAIC) (Burnham & Anderson, 2002). En la Tabla 3 correspondiente al modelo lognormal se presentan sólo aquellos modelos con ΔAIC < 10. En ambos casos la selección de modelos se realizó a partir del modelo canónico, incluyendo las interacciones de primer orden entre estos factores. En función de los criterios mencionados se seleccionaron los Modelos 1 para el logístico (Tabla 2) y el Modelo 2 para el lognormal (Tabla 3). Además, ambos modelos resultaron estadísticamente significativos mediante las pruebas de F (p< 0,0001) para el modelo lognormal y de Chi cuadrado (p< 0,0001) para el modelo logístico.

Ajuste de los modelos.

Tanto la selección de modelos, los ajustes, la estimación de los índices de abundancia, como la construcción de los intervalos de confianza por *bootstrapping*, se realizaron mediante el programa estadístico R (*R Development Core Team, V. 3.0.2*, 2013).

En las Figuras 4 se presentan los valores observados y estimados en cada celda (RE, trimestre, Año) de las proporciones de registros positivos con captura de gatuzo, observadas y estimadas por el Modelo logístico. En la Figura 5, de estas proporciones también se observa la comparación de los valores promedios anuales estimados ponderados por las áreas de los respectivos RE y los correspondientes valores observados también ponderados con la misma metodología (expresión equivalente a la formula (23), pero sustituyendo $\overline{D}_{amt}$ por las proporciones estimadas y observadas, respectivamente). A pesar de la dispersión observada en la Figura 4 de los valores de las proporciones por celda, los valores observados ponderados anuales evidencian un buen ajuste con los estimados por el modelo logístico, con valores entre 0,6 y 0,8 aproximadamente.

Para visualizar el ajuste del modelo lognormal, en la Figura 6 se presenta la normalidad de los residuales *studentizados* (QQ Plot) y la falta de tendencia en los mismos, lo que indicaría, además de un buen ajuste, homocedasticidad de los errores.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Resultados y discusión del ejemplo de aplicación.

En la Figura 1, destacados, se señalan los RE que no fueron considerados en el ajuste de los modelos, debido a la falta de datos en alguna de las interacciones de primer orden de los factores canónicos que determinaron la imposibilidad de estimar los coeficientes correspondientes. Por este hecho, en relación a los restantes, puede inferirse que estos RE pueden considerarse como distribución marginal de la especie coincidente con lo señalado anteriormente. En una primera instancia, a éstos se los agrupó con algún RE próximo. Pero, debido a la escasez de registros en éstos RE destacados y a la consecuente duplicación del área de ponderación, las tendencias de los índices de abundancia anuales fueron sensibles a la agrupación de estos RE. Esto fundamentó, en este caso, la decisión de mantener la unidad espacial en RE sin agrupar.

En las Figuras 2 y 3 pueden observarse también aquellas celdas vacías pero correspondientes a la interacción de segundo orden (RE x Trimestre x Año) de los factores canónicos. Es importante destacar que, al disponer de modelos ajustados (logístico y lognormal), se pueden estimar tanto las proporciones de registros positivos como los respectivos CPUE en aquellas combinaciones canónicas de segundo orden, a partir de los coeficientes estimados de la interacción de primer orden. De esta manera, pueden imputarse los coeficientes producto de ambas estimaciones en las correspondientes celdas sin datos, que fue el criterio adoptado para este trabajo. Otros criterios, aunque con la misma finalidad, fueron señalados en Walters (2003), Campbell (2004 y 2015) y Carruthers *et al.* (2011). Es necesaria dicha imputación debido a la formulación del índice anual estimado (formula (27)). Por otra parte, dichas imputaciones deben realizarse para considerar los potenciales cambios en la dinámica espacio-temporal de la flota muestreadora, que determine la inexistencia de datos correspondiente a alguna celda canónica (área, mes, año) durante algún lapso en el período de trabajo (Walters, 2003; Campbell, 2004 y 2015; Carruthers *et al.*, 2011), por características propias de la actividad de la flota que potencialmente podría no operar, por motivos comerciales u otros, sobre concentraciones de peces existentes. Por ésto, la estimación del índice se realizó en base a la combinación de celdas canónicas (Figuras 2 y 3) incorporando todas las imputaciones, a lo largo de todo el período de trabajo.

En la Figura 7 se presenta la estimación del índice de abundancia anual para el período 2000-2008, con el correspondiente intervalo de confianza estimado por *bootstrapping*, mediante 500 simulaciones. Dicha tendencia manifiesta una disminución en la abundancia a partir del año 2002, aunque con una estimación correspondiente al año 2003 más imprecisa que para el resto de los años (Figura 7 y Tabla 4). Cabe señalar que dicha imprecisión se mantiene al incrementar el número de simulaciones, lo que indicaría mayor variabilidad en las estimaciones correspondientes a ese año, debido a una mayor presencia de combinaciones de celdas vacías y por lo tanto a ser estimadas por los modelos (Figuras 2 y 3).

Para evaluar el efecto de la inclusión de cofactores y de covariables relacionadas principalmente con cambios en las capturabilidades y los poderes de pesca de las embarcaciones de la flota muestreadora ($\ln(HP)$) se estimaron los índices de abundancia a partir de tres variaciones de los modelos seleccionados: (a) solamente considerando el modelo canónico sin cofactores ni covariables (solamente Factores RE, Trimestre y Año, con sus interacciones de primer orden), (b) los modelos lognormal y logístico seleccionados con cofactores y covariables con cuyos coeficientes se construyó el índice ponderado de abundancia estandarizado anual y (c) una tercera versión igual a la anterior pero sin la covariable $\ln(HP)$. En la Figura 8 puede apreciarse que los índices estimados únicamente con el modelo canónico presentan las variaciones interanuales más extremas. Al incorporar otras fuentes de variación en el modelo lognormal, los cofactores (Tipo de

COPIA DE PUBLICACIÓN

fondo y Especie) y las covariables ($\ln(HP)$, $\ln(T\sup)$) seleccionadas, las tendencias de los índices son suavizadas y por lo tanto, éstas aportarían a percibir variabilidad en el CPUE debido a cambios tanto en las capturabilidades como en los poderes de pesca de la flota muestreadora. Estos cambios son centrales en la estandarización del CPUE (Wilberg *et al.*, 2010) y han sido destacado de manera similar para pesquerías de otros tiburones (Carvalho *et al.*, 2014). Individualmente, la incorporación del $\ln(HP)$ también parece atenuar las tendencias, aunque no son muy importantes en este caso, podrían ser más evidentes en otras situaciones donde los cambios en los poderes de pesca de los buques fueran mayores. En este ejemplo de aplicación, sólo se verificó un aumento de alrededor del 4% en la potencia del motor principal entre el primer y último año del período. Es evidente que la incorporación de información a partir de la inclusión en los modelos de cofactores y/o covariables, con la correspondiente complejización de los mismos, contribuye a mejorar la estimación de los coeficientes y por ende de los índices de abundancia (Campbell, 2015).

Las variables ambientales pueden afectar la distribución espacial de los tiburones en el sentido horizontal y vertical (Speed *et al.*, 2010). Los cambios horizontales en la distribución espacial relacionados con forzantes ambientales (E.j.: temperatura, salinidad) son los más estudiados y de los cuales existen mas evidencias, el efecto de los mismos puede ser considerado a partir de las interacciones espacio-temporales en los factores canónicos de los modelos (Campbell, 2015). Los comportamientos reproductivos asociados a la formación de agregaciones reproductivas cambian la distribución horizontal y vertical de tiburones lo cual puede afectar su capturabilidad o hacerlos mas disponibles a la flota (Economakis & Lobel, 1998; Speed *et al.*, 2010). El gatuzo realiza migraciones anuales hacia áreas de cría y apareamiento donde se han registrado grandes agregaciones asociadas a condiciones de temperatura o salinidad particulares (Colauti *et al.*, 2010, Cortés *et al.*, 2011). Debido a ésto, la inclusión de la temperatura superficial del mar ($\ln(T\sup)$) se realizó para incorporar el efecto que esta pueda tener en la capturabilidad del gatuzo al utilizar como arte de pesca el arrastre de fondo, no para percibir cambios interanuales en las áreas de distribución cuyos efectos están asociados con los factores canónicos.

Como aporte a la visualización del comportamiento del índice empírico en este ejemplo de aplicación (fórmulas (76) y (77)), se seleccionaron 4 años (2005-2008) y 6 RE (3554-3654, Figura 2), sin presencia de celdas vacías, para la comparación del índice empírico estimado a partir de la proporción observada de registros positivos por celda y los coeficientes del modelo lognormal, con el índice de abundancia estimado mediante la utilización de los dos modelos: logístico y lognormal. En la Figura 9 se observa que las tendencias tanto de los índices como de los intervalos de confianza son similares, este hecho posibilitaría la utilización de valores observados de la proporción de registros positivos, en lugar del ajuste del modelo logístico, siempre y cuando se cuente con todas las proporciones observadas, sin presencia de celdas vacías. La disponibilidad de modelos teóricos ajustados permite estimar e imputar en aquellas celdas donde se carece de datos, hecho habitual en especies o *stocks* con extensas áreas de distribución.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Como se mencionó anteriormente, es común el uso del índice $I_t = p_t^+ \, d_t^+$ definido en (25), con p_t^+ y d_t^+ definidos en (26.1) y (26.2), respectivamente. A esta aproximación se le pueden hacer algunas críticas:

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

(1) El parámetro p_t^+ se calcula, de acuerdo a (26.1), a partir del efecto principal del factor Año incluido en el predictor lineal del Modelo Lineal Generalizado considerado (en nuestro caso el modelo (15)). Pero ya de por sí no es claro a que nos referimos cuando hablamos de la "probabilidad de valores de captura no nulos en el año *t*" y por lo tanto, como consecuencia, no es claro qué es lo que estima el parámetro p_t^+.

(2) Como fue demostrado por Hernández y Perrotta (2006) d_t^+, calculado a partir de (26.2), representa adecuadamente a la abundancia media anual, considerando sólo capturas positivas, si las interacciones con el factor Año del modelo (11) (y por lo tanto también del modelo (12)) son nulas.

De esta forma, los dos términos del segundo miembro de (25), calculados a partir de (26.1) y (26.2), tienen problemas que hereda el índice I_t.

Hemos visto que en aquellos casos en donde el porcentaje de ceros es despreciable y de esta forma podemos efectuar el análisis teniendo en cuenta sólo los valores de *CPUE* positivos, entonces $\overline{D}_t^w$ se puede escribir como:

$$\overline{D}_t^{+w} = \frac{1}{n_m}\sum_{m=1}^{n_m}\sum_{a=1}^{n_a} w_a\ \overline{D}_{amt}^{+} \qquad (DC_1)$$

Además, por definición:

$$\overline{D}_{amt}^{+} = \overline{D}_a^{+}\ \overline{D}_{\mathrm{m}}^{+}\ \overline{D}_t^{+}\ \ D_{am}^{+}\ D_{at}^{+}\ D_{mt}^{+} \qquad (DC_2)$$

Ahora bien, si en el modelo (11) las interacciones Área x Año y Mes x Año son nulas, esto es $(\beta\delta)_{at} = (\gamma\delta)_{mt} = 0$, se obtiene por definición que $D_{at}^{+} = D_{mt}^{+} = 1$ y de esta forma es fácil ver que:

$$\overline{D}_t^{+w} \propto \overline{D}_t^{+} \qquad (DC_3)$$

Por lo tanto, un índice que sea proporcional al parámetro $\overline{D}_t^{+}$, será también proporcional al parámetro objetivo $\overline{D}_t^{+w}$. Ahora bien si, además de las interacciones Área x Año y Mes x Año, la interacción Barco x Año del modelo (11) también es nula, esto es $(\alpha\delta)_{bt} = 0$, se puede demostrar que un índice proporcional a $\overline{D}_t^{+}$ está dado por (Hernández y Perrotta, 2006)

$$d_t^{+} = e^{(\mu' + \delta_t')} \qquad (DC_4)$$

Entonces, en las condiciones planteadas (ausencia de interacciones con el factor Año y proporción de ceros despreciable), el índice definido en (DC_4) puede considerarse descriptor de la abundancia media anual $\overline{D}_t^{+w}$ definido en (DC_1).

Por supuesto, como ya fue demostrado, si en el modelo (11) las interacciones con el factor Barco (Barco x Área, Barco x Mes y Barco x Año) son nulas, entonces el índice:

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

$$I_t^{+w} = \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{a=1}^{n_a} w_a \; I_{amt}^{+} \qquad (DC_5)$$

, será también proporcional la abundancia media anual $\overline{D}_t^{+w}$.

En términos generales, el enfoque considerado en este trabajo, permite clarificar totalmente la cuestión referida a la definición de un índice de abundancia proporcional a la abundancia media anual del recurso considerado. En principio, hemos definido la abundancia media anual en una forma clara y unívoca, teniendo en cuenta la definición matemática que se ajusta al concepto intuitivamente claro de lo que debería ser el parámetro descriptor de la abundancia media anual poblacional.

Introduciendo modelos sencillos, convenientemente parametrizados, hemos expresado la abundancia media anual poblacional en término de los parámetros de estos modelos definidos para representar las *CPUE* positivas y la proporción de ceros dentro de cada celda espacio-temporal, considerando como factores básicos los factores denominados Área, Mes y Año.

Hemos definido a su vez un índice de abundancia ponderado, que respeta la forma de la fórmula que define la abundancia media anual, que representa para nosotros el parámetro objetivo. Hemos demostrado que lo que puede generar problemas con el índice, haciendo que el mismo no sea proporcional a la abundancia media anual poblacional, es la presencia de interacciones con el factor Barco (Barco x Área, Barco x Mes y Barco x Año), esto es, cambios espacio-temporales del poder de pesca de los barcos. Esto es muy consistente, ya que es lógico que lo que pueda terminar generando problemas con el índice de abundancia, sean cuestiones referidas al muestreador, que para nosotros está representado por el factor Barco.

Esto difiere de lo que habitualmente se discute sobre el tema (ver Maunder & Punt (2004) para un resumen sobre las implicancias de las interacciones), donde en general se plantea que las interacciones que pueden afectar al índice son las relacionadas con el factor Año, como Área x Año y Mes x Año. Esto nos llevaría a plantear que el recurso en su distribución espacio-temporal, debe cumplir con ciertos requisitos para que sea posible definir un índice de abundancia proporcional a la abundancia media anual, lo cual no tiene justificativo. En nuestro enfoque se ve claro que no hay que imponer ninguna restricción a la distribución espacio-temporal del recurso, pero si debe analizarse en detalle que barcos deberán incluirse en el análisis. Este resultado es muy interesante, ya que sobre la distribución espacio- temporal del recurso no tenemos ningún tipo de control y si existen las interacciones Área x Año y Mes x Año, es muy poco lo que podemos hacer, ya que la misma representan una propiedad intrínseca al recurso. Por el contrario, si bien no tendremos siempre un control total, por lo menos las interacciones con el factor Barco, están en alguna medida bajo nuestro control, al tener la posibilidad de seleccionar e incluir en nuestro análisis aquellos barcos que operen sobre el recurso proporcionándonos una imagen fidedigna de la distribución espacio-temporal del mismo. Esto fue señalado anteriormente como crítico, en la selección de la flota patrón o muestreadora, ya que ésta debe proveer los datos para la modelización, que permitan detectar las potenciales fluctuaciones de su abundancia en la totalidad de su área de distribución.

Además, deberían considerarse en el análisis los barcos que no hayan sufrido deméritos o incrementos importantes en su poder de pesca a lo largo de los años, lo que determinaría que los rendimientos actuales no sean comparables con los rendimientos pretéritos. No obstante, en caso de que los cambios en el poder de pesca de los barcos sean provocados por aumentos en el HP de cada barco a lo largo de los años y que esto

COPIA ELECTRONICA INIDEP

repercuta en el área barrida por unidad de esfuerzo, entonces la inclusión de la covariable $x = \ln(HP)$, puede eliminar este efecto y hacer factible el cálculo del índice anual de abundancia, aun en el caso en el que los poderes de pesca estén cambiando con el paso del tiempo. Cabe señalar que la referencia al HP y por lo tanto a su relación con el área barrida por unidad de esfuerzo, tradicionalmente se relaciona con flotas arrastreras. Sin embargo, en forma análoga deberían incorporarse otra covariables relacionadas con potenciales fluctuaciones en los poderes de pesca de las embarcaciones en pesquerías en las que se utilicen otros tipos de artes de pesca.

AGRADECIMIENTOS

A Mario Casanelli por la construcción de la base de datos y a Natalia Hozbor por el cálculo de las superficies de los RE.

BIBLIOGRAFÍA

BURNHAM, K., AND D. ANDERSON. 2002. *Model selectionand multimodel inference: A practical information-theoretic approach, 2nd ed. Springer-Verlag, New York,* 488 p.

CAMPBELL, R. A. 2004. *CPUE standardisation and the construction of indices of stock abundance in a spatially varying fishery using general linear models. Fisheries Research* 70(2-3): 209-227.

CAMPBELL, R.A. 2015. *Constructing stock abundance indices from catch and effort data: Some nuts and bolts. Fisheries Research 161: 109-130. DOI: 10.1016/j.fishres.2014.07.004.*

CARRUTHERS, T., AHRENS, R., MCALLISTER, M. & WALTERS, C. 2011. *Integrating imputation and standardization of catch rate data in the calculation of relative abundance indices. Fisheries Research* 109(1): 157-167.

CARVALHO, F., AHRENS, R., MURIE, D., PONCIANO, J. M., AIRES-DA-SILVA, A., MAUNDER, M. & HAZIN, F. 2014. *Incorporating specific change points in catchability in fisheries stock assessment models: An alternative approach applied to the blue shark (Prionace glauca) stock in the south Atlantic Ocean Fisheries Research.154:135-146*

COLAUTTI, D.; BAIGUN, C.; LOPEZ CAZORLA, A.; LLOMPART, F.; MOLINA J.; SUQUELE, P. & CALVO, S. 2010. *Population biology and fishery characteristics of the smooth-hound (Mustelus schmitti) in Anegada Bay, Argentina*. *Fisheries Research* 106: 351–357.

CORTES, F., JAUREGUIZAR, A. J., MENNI, R. C., & GUERRERO, R. A. 2011. *Ontogenetic habitat preferences of the narrownose smooth-hound shark, mustelus schmitti, in two southwestern atlantic coastal areas. Hydrobiologia,* 661(1), 445-456.

ECONOMAKIS, A., & LOBEL, P. 1998. *Aggregation behavior of the grey reef shark, carcharhinus amblyrhynchos, at johnston atoll, central pacific ocean. Environmental Biology of Fishes,* 51(2), 129-139.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

EFRON, B. 1982. *The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans. Bristol. Society for Industrial and Applied Mathematics*. 92 pp.

FAO. 2014. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. Base de datos en línea, consulta septiembre 2014. <http://www.fao.org/fishery/species/2826/en>

FERNANDEZ ARAOZ, N.C. 2004. Asociación íctica costera bonaerense "variado costero". Evolución de las capturas desembarcadas por la flota comercial argentina (1990-2003). Inf. Téc. Int. DNI-INIDEP Nº 04/2004, 21 pp.

FERNANDEZ ARAOZ, N.C. 2009. Asociación íctica costera bonaerense "variado costero". Capturas declaradas por la flota comercial argentina durante el año 2008. Inf. Téc. Of. INIDEP Nº 31/2009, 26 pp.

GULLAND, J.A. 1971. Manual de Métodos para la Evaluación de las Poblaciones de Peces. FAO *Manual in Fisheries Science*. 154 pp.

HALD, A. 1952. *Statistical Theory with Engineering Applications. John Wiley & Sons, Inc. New York.* 783 pp.

HERNÁNDEZ, D.R. y PERROTTA, R, G. 2006. Influencia de las interacciones con el factor año en los índices anuales de abundancia obtenidos por Modelos Lineales Generales utilizando datos de captura por unidad de esfuerzo. Rev.Invest.Desarr.Pesq., Nº 18: 57-73.

LASTA, C.A., CAROZZA, C.R. & RUARTE, C. 2000. Diagnóstico y propuesta de manejo para la pesquería costera del sector bonaerense. En: BEZZI, S.I., AKSELMAN, R. & BOSCHI, E.E. (Eds.). Síntesis del estado de las pesquerías marítimas argentinas y de la Cuenca del Plata. Años 1997-1998, con actualización de 1999. Publicaciones Especiales INIDEP, Mar del Plata: 159-164.

McCULLAGH, P. & NELDER, J.A. 1989. *Generalized Linear Models. Second Edition. Chapman and Hall. London.* 511 pp.

MASSA, A.M., LASTA, C.A & CAROZZA, C.R. 2004. Estado actual y explotación del gatuzo (*Mustelus schmitti*). En: SANCHEZ, R. P. & BEZZI, S. I. (Eds.). El Mar Argentino y sus recursos pesqueros. Tomo 4. Los peces marinos de interés pesquero. Caracterización biológica y evaluación del estado de explotación. Publicaciones Especiales INIDEP, Mar del Plata, 67-83.

MENNI, R.C. 1985. Distribución y Biología de *Squalus acanthias, Mustelus schmitti y Galeorhinus galeus* en el Mar Argentino en agosto-septiembre de 1987 (*Chondrichthyes*). Revista del Museo de la Plata (nueva serie), Sección Zoología 138: 151-182.

MOOD, A.M. AND GRAYBILL, F.A. 1963. *Introduction to the Theory of Statistics. Mc.Graw Hill, New York, Second Edition*, 536 pp.

PYTHON SOFTWARE FOUNDATION. 2014. (en inglés). *Python v2.7.8 Documentation*. Consultado el 20 de julio de 2014. <https://www.python.org/>.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

PEREZ, M.; MASSA, A.M.; CORDO, H.D. 2011. Estimación de un índice de abundancia anual de gatuzo *(Mustelus schmitti*) a partir de datos de la flota comercial argentina. Período 1992-2008. Instituto Nacional de Investigación y Desarrollo Pesquero (INIDEP). Mar del Plata, Argentina. INIDEP Informe Técnico 79, 41 pp.

R CORE TEAM (2013*). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria*.http://www.R-project.org/

VOOREN, C.M, KLIPPEL,S. & GALINA, A.B. 2005. *Os elasmobranchios das aguas costeiras da plataforma sul. Capitulo 7. In: C.M , VOOREN & S. KLIPPEL (Eds.) . Ações para a conservação de tubarões e raias no sul do Brasil. Porto Alegre: Igaré*, 2005, 113-120.

SÁNCHEZ R., G. NAVARRO, E. CALVO & F. CASTILLO. 2011. La pesca y comercialización de condrictios en Argentina. Aportes de la Dirección Nacional de Planificación Pesquera para la elaboración del Plan Nacional. En: Wohler, O., P. Cedrola, M.B. Cousseau (ed.). 2011. Contribuciones sobre biología, pesca y comercialización de tiburones en la Argentina. Aportes para la elaboración del plan de Acción Nacional. Consejo Federal Pesquero, Buenos Aires (Argentina), 151-184.

SEBER, G.A.F. 1982. *The estimation of animal abundance and related parameters. Second Edition. Charles Griffin & Company LTD. London and High Wycombe*. 654 pp.

SPEED, C., FIELD, I. , MEEKAN, M. , & BRADSHAW, C. 2010. *Complexities of coastal shark movements and their implications for management. Marine Ecology Progress Series,* 408, 275-293.

SUBSECRETARÍA DE PESCA Y ACUICULTURA. 2014 a. Ministerio de Agricultura, Ganadería y Pesca, Rep. Argentina. Base de datos en línea, consulta septiembre 2014. <http://www.minagri.gob.ar/SAGPyA/pesca/pesca_maritima/02-desembarques/index.php>

SUBSECRETARÍA DE PESCA Y ACUICULTURA. 2014 b. Resolución SAGPyA Nº167/2009. Ministerio de Agricultura, Ganadería y Pesca, Rep. Argentina. Base de datos en línea, consulta septiembre 2014. <http://www.minagri.gob.ar/site/pesca/pesca_maritima/03-normativa/index.php>

WALTERS, C. 2003. *Folly and fantasy in the analysis of spatial catch rate data. Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 60(12), 1433-1436.

WILBERG,M.J., THORSON, J.T., LINTON, B.C. & BERKSON, J., 2010. *Incorporating time-varying catchability into population dynamics and stock assessment models. Rev. Fish. Sci.* 18, 7–24.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Tabla 1. Captura de gatuzo declarada por la flota muestreadora en el área de trabajo (en porcentaje) respecto de la captura total anual. Período 2000-2008.

Año	Captura flota muestreadora (%)
2000	48.99
2001	49.55
2002	53.91
2003	47.41
2004	46.71
2005	52.50
2006	44.40
2007	40.60
2008	46.95

Tabla 4. Valores medios de los índices de abundancia estandarizados anuales de gatuzo e intervalos de confianza. Período 2000 -2008.

Año	Indice anual (kg $h^{-1)}$	Percentiles 0,025 Límite Inferior (%)	0,975 Límite Superior (%)
2000	30.7	6.2	7.8
2001	31.8	8.1	9.8
2002	41.1	5.0	5.6
2003	41.6	12.3	32.7
2004	39.0	8.8	9.9
2005	40.9	8.1	9.4
2006	39.0	7.0	6.6
2007	34.2	8.3	10.7
2008	39.1	7.2	8.9

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Tabla 2. Selección de modelos mediante el criterio de AIC. Modelo logístico.

Modelo	Variables predictivas							pseudo R^2	GL	logLik	ΔAIC	PesoAIC
1	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim	lnTsup	0.1364	241	-5620.66	0	0.9939
2	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim		0.1356	240	-5626.74	10.17	0.0061

Tabla 3. Selección de modelos mediante el criterio de AIC. Modelo lognormal.

Modelo	Variables predictivas												R^2	GL	logLik	ΔAIC	PesoAIC
1	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim	Estado_tie	Tipo_fdo	Esp	lnHP	lnTsup		0.2131	272	-14867.1370	0.0000	0.3123
2	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim		Tipo_fdo	Esp	lnHP	lnTsup		0.2129	271	-14868.2312	0.1882	0.2842
3	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim	Estado_tie	Tipo_fdo	Esp	lnHP	lnTsup	lnVelarr	0.2132	273	-14866.5653	0.8566	0.2035
4	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim		Tipo_fdo	Esp	lnHP	lnTsup	lnVelarr	0.2130	272	-14867.6437	1.0133	0.1882
5	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim	Estado_tie		Esp	lnHP	lnTsup		0.2122	271	-14872.5431	8.8121	0.0038
6	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim			Esp	lnHP	lnTsup		0.2120	270	-14873.6737	9.0733	0.0033
7	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim	Estado_tie		Esp	lnHP	lnTsup	lnVelarr	0.2123	272	-14871.9713	9.6686	0.0025
8	Año	Trim	RE	Año:RE	Año:Trim	RE:Trim			Esp	lnHP	lnTsup	lnVelarr	0.2121	271	-14873.0859	9.8976	0.0022

COPIA ELECTRONICA INIDEP

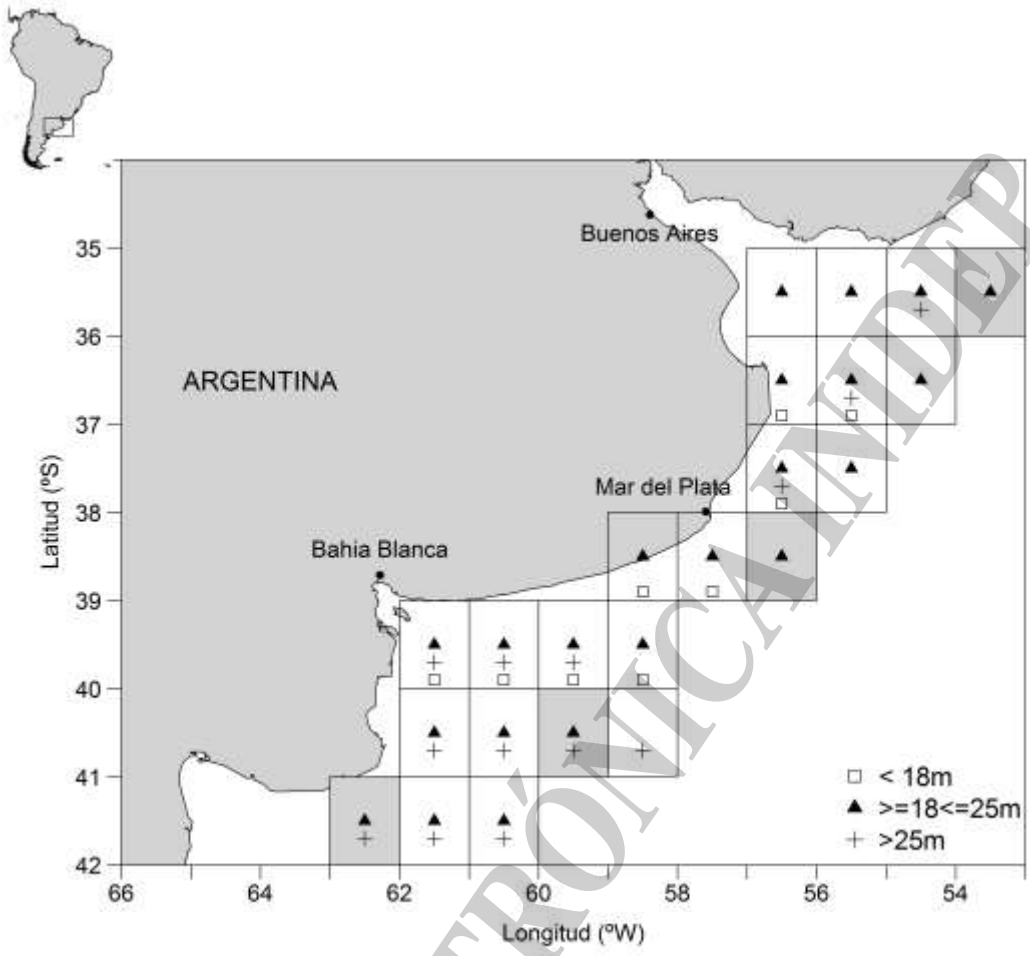

Figura 1. Área considerada para la estimación de los índices de abundancia de gatuzo en el período 2000-2008. RE que fueron visitados durante todos los años por los distintos estratos de flota según su eslora. RE sombreados sin datos en alguna interacción con los factores canónicos Año y Trimestre.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

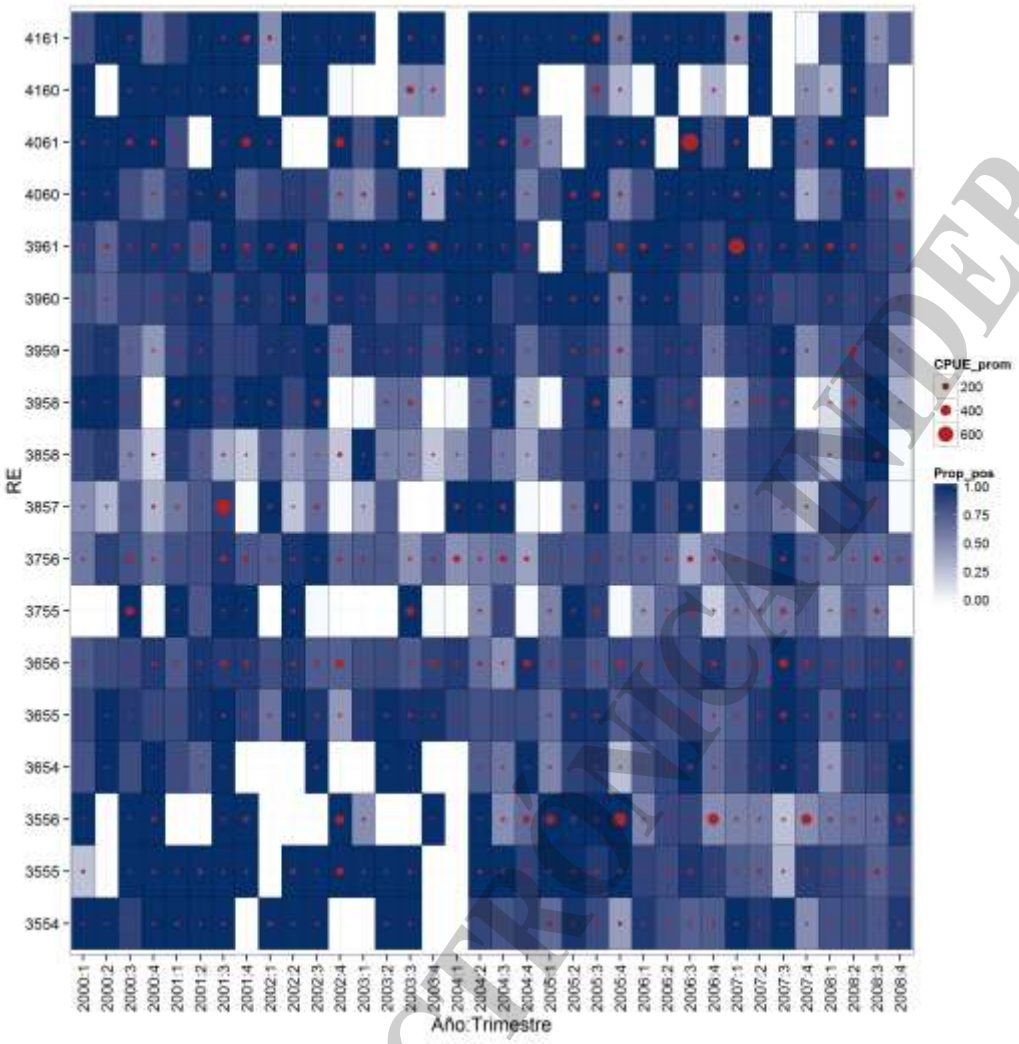

Figura 2. Valores observados de la proporción de registros con captura de gatuzo (Prop_pos) y de la CPUE promedio (kg h^{-1}) por Año, Trimestre y RE.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

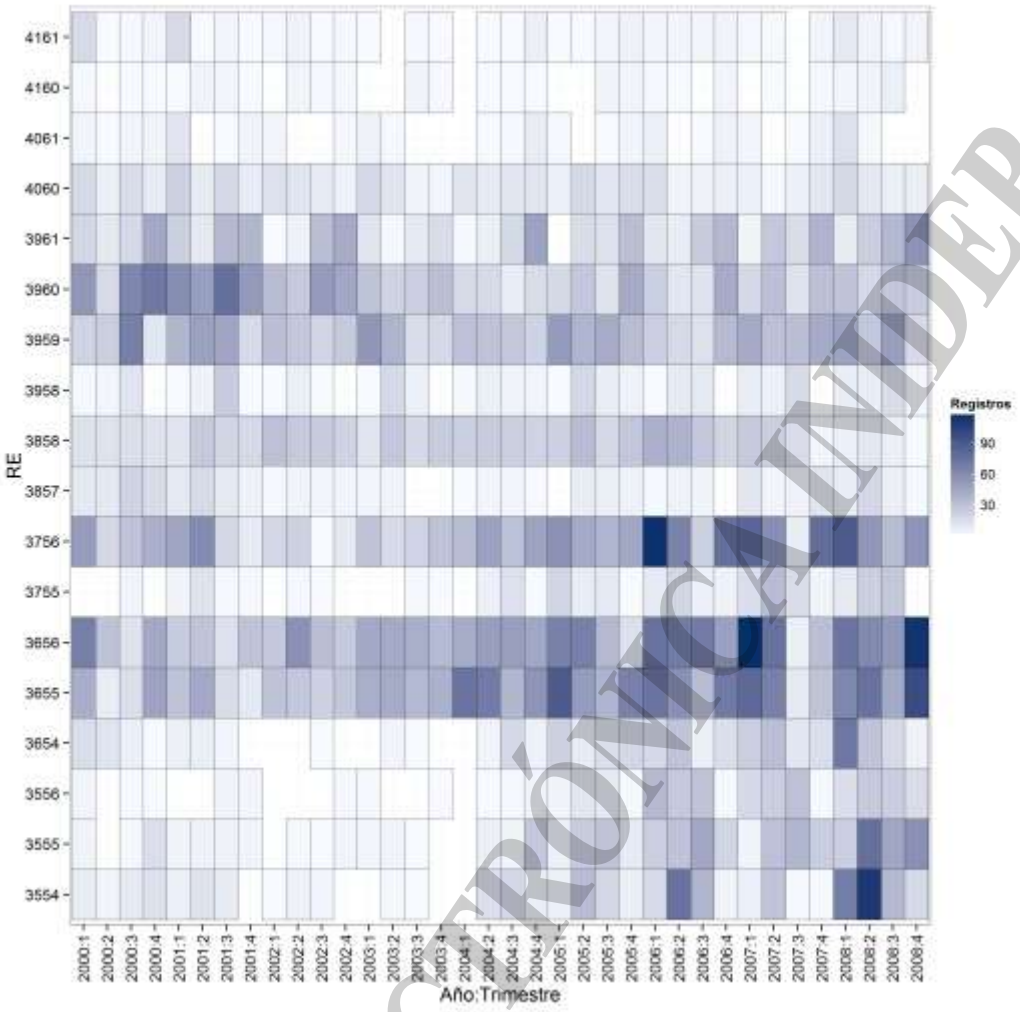

Figura 3. Número de registros por Año, Trimestre y RE utilizados para el ajuste de modelos.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

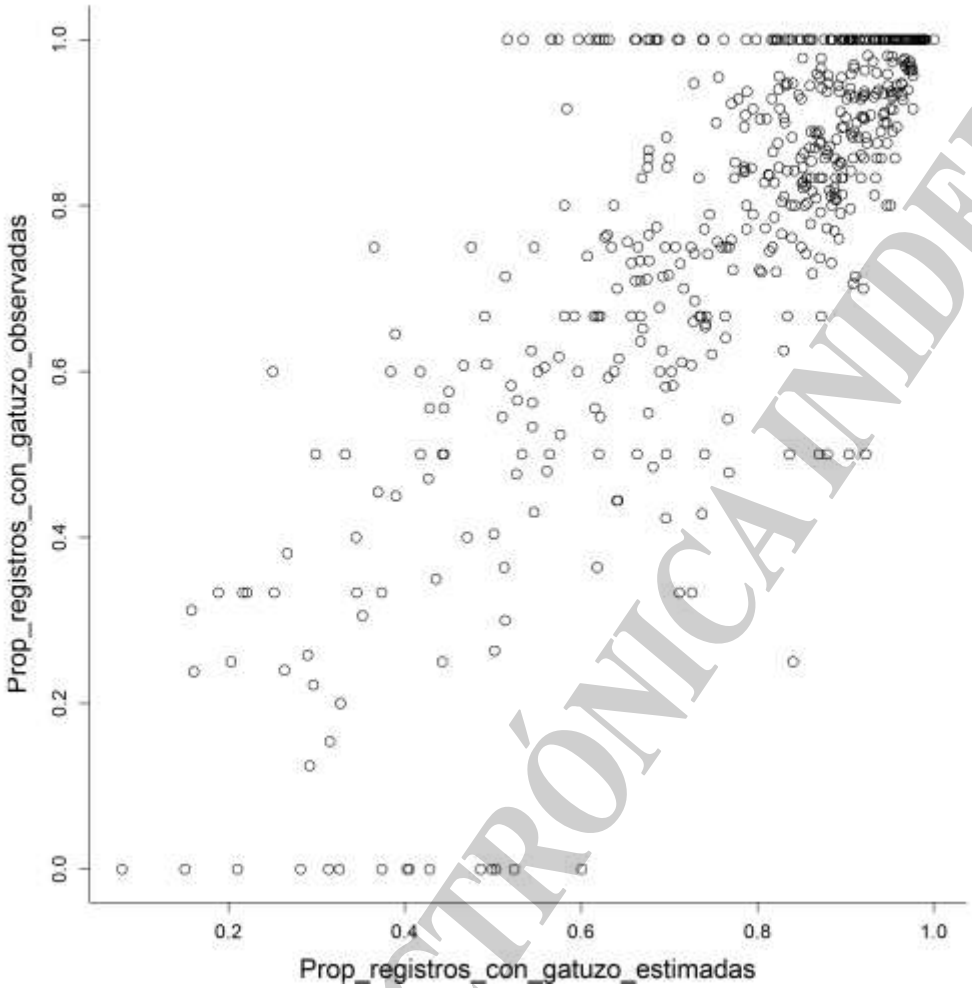

Figura 4. Comparación entre las proporciones observadas y estimadas por celda de los registros con captura de gatuzo.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

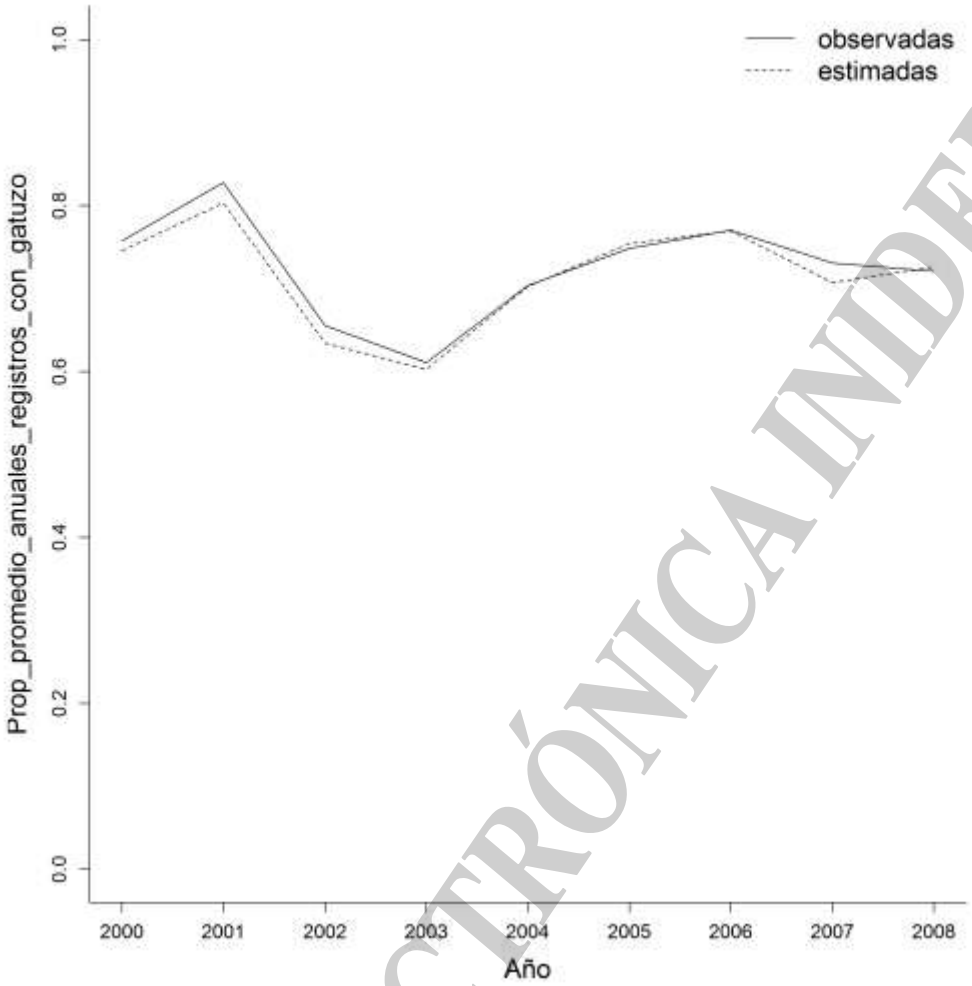

Figura 5. Comparación entre las proporciones promedio anuales observadas y estimadas de los registros con captura de gatuzo.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

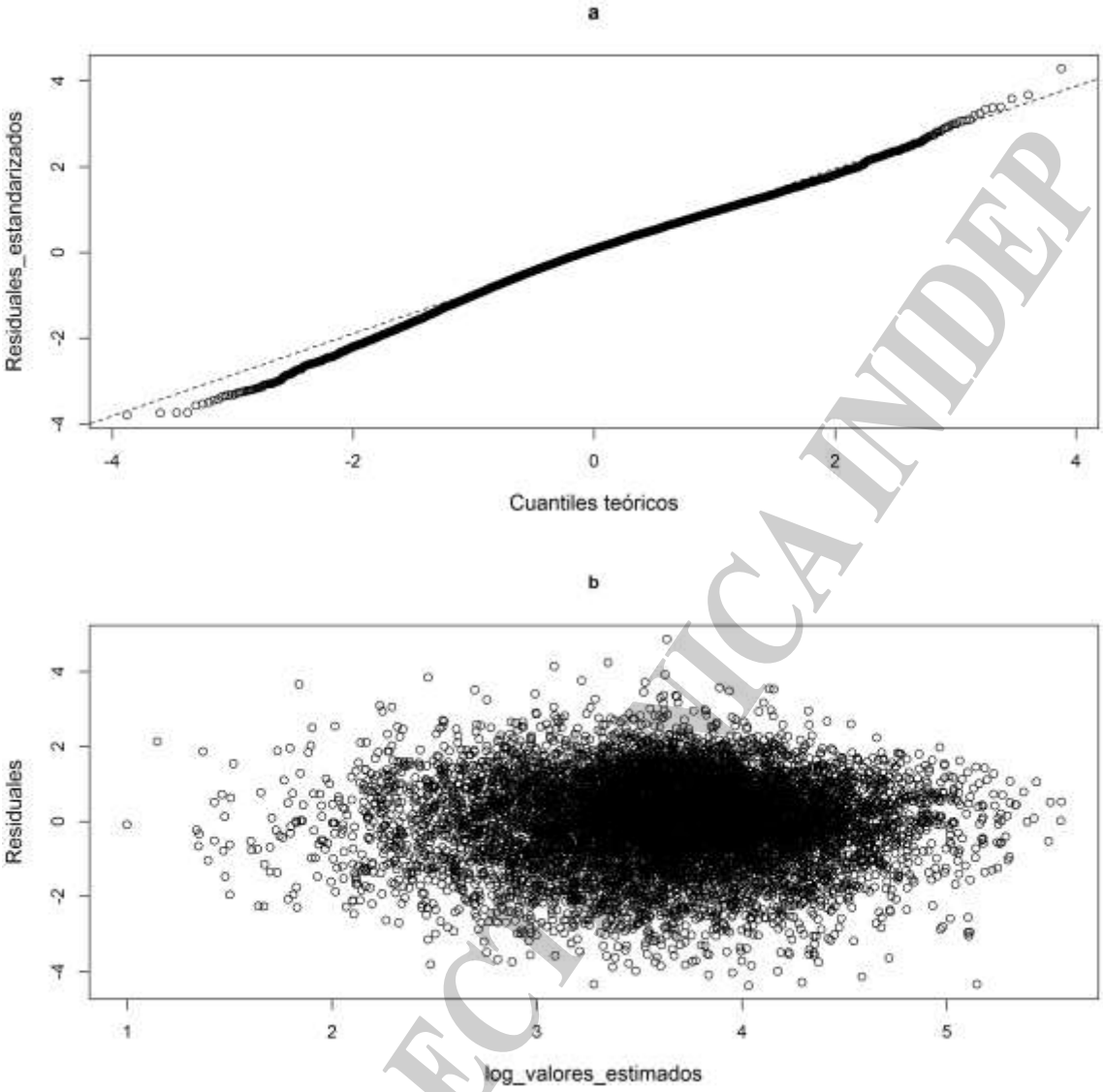

Figura 6. Valor normal esperado de los residuales estandarizados del modelo lognormal seleccionado y residuales crudos versus los valores estimados del mismo modelo.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

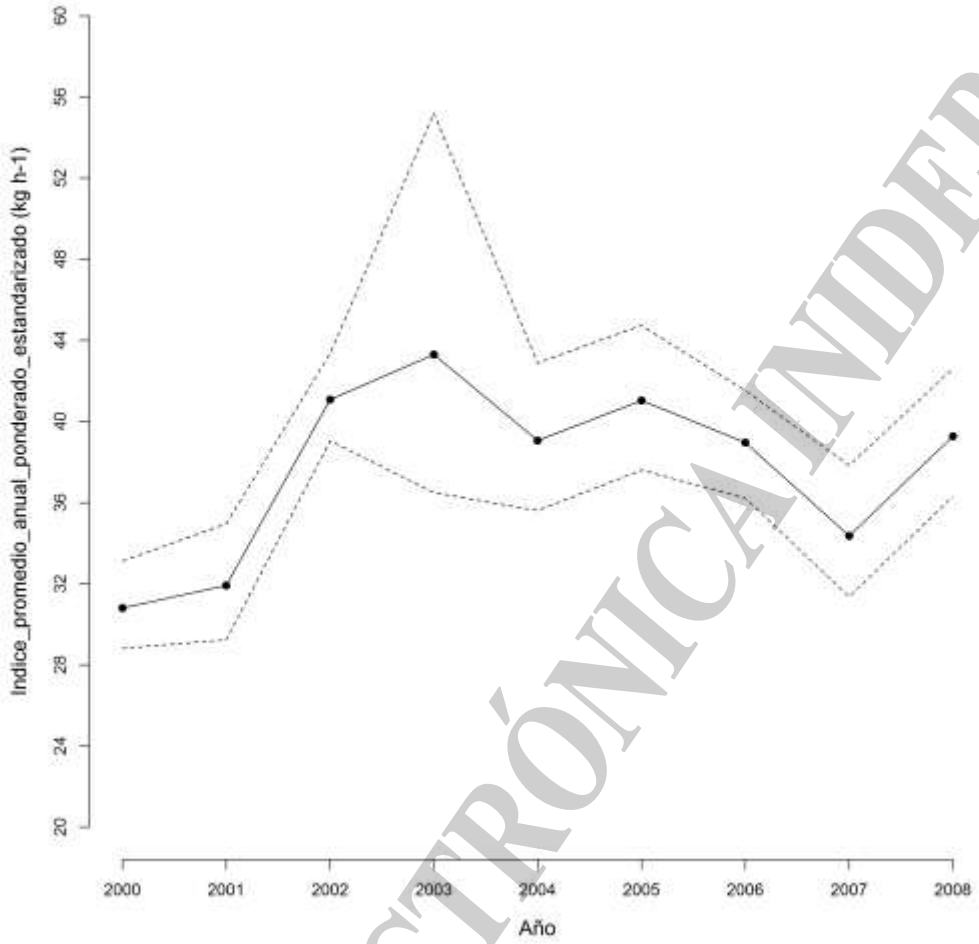

Figura 7. Valores medios anuales del índice de abundancia (kg h^{-1}) estandarizado de gatuzo. Período 2000-2008. Bandas señalan intervalo de confianza al 95%.

.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

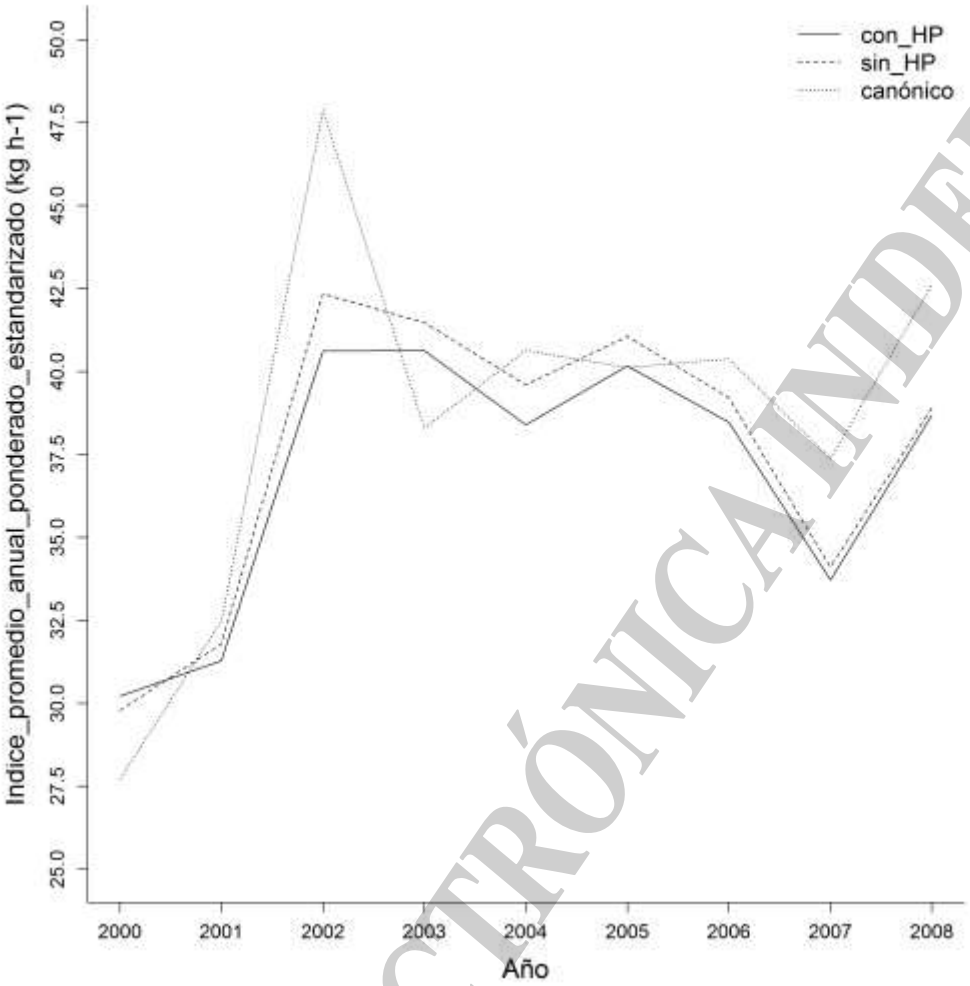

Figura 8. Comparación de los valores medios anuales de los indices de abundancia (kg h^{-1}) estandarizados de gatuzo, a partir del modelo con los factores canónicos solamente (canónico), adicionando cofactores y covariables (con_HP) y adicionando cofactores y covariables pero sin el HP (sin_HP). Período 2000-2008.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

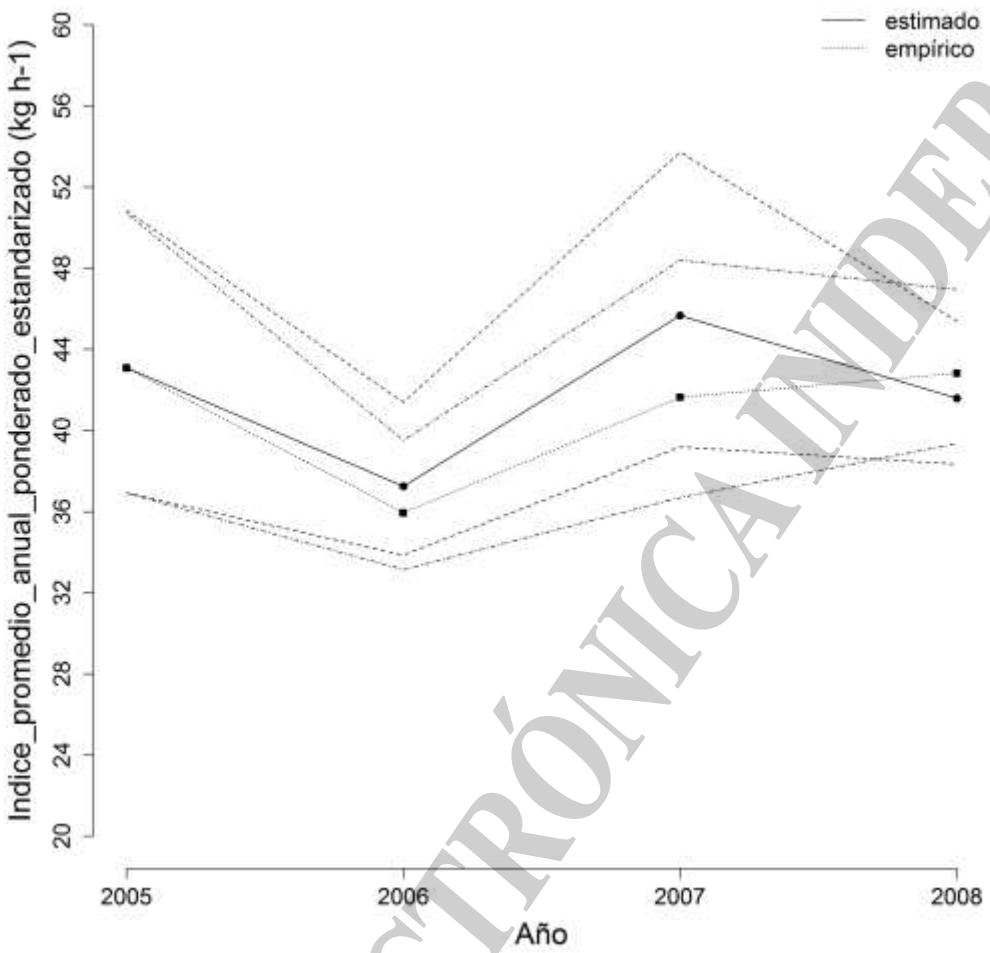

Figura 9. Comparación entre el índice empírico (sin modelo logístico) a partir de la proporción observada de registros positivos y el estimado por la aproximación Delta (con modelos logístico y lognormal), en la condición sin celdas vacías.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

APÉNDICE A.

Demostración de que bajo ciertas condiciones $I_t = p_t^+ d_t^+ \propto \overline{D}_t^w$

Las condiciones consideradas son:

$(\alpha\delta)_{bt} = 0$, $(\beta\delta)_{at} = 0$, $(\gamma\delta)_{mt} = 0$, para todo *b, a, m y t*, en el modelo (11).
$\beta_a^\pi = 0$, $\gamma_m^\pi = 0$, $(\beta\gamma)_{am}^\pi = 0$, $(\beta\delta)_{at}^\pi = 0$, $(\gamma\delta)_{mt}^\pi = 0$, para todo *a, m y t* en el modelo (15)

Teniendo en cuenta estas condiciones, tenemos que:

$$\overline{D}_{amt}^+ = \overline{D}_a^+ \overline{D}_m^+ \overline{D}_t^+ \overline{D}_{am}^+ \qquad (A_1)$$

$$\overline{\pi}_{amt}^+ = \frac{1}{(1+e^{-(\mu^\pi+\delta_t^\pi)})} = p_t^+ \qquad (A_2)$$

De esta forma, a partir de (24), (A_1) y (A_2), es fácil ver que:

$$\overline{D}_t^w \propto p_t^+ \overline{D}_t^+ \qquad (A_3)$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que por hipótesis las interacciones con el factor Año en el modelo (11) las estamos considerando nulas, entonces tenemos que (Hernández y Perrotta, 2006):

$d_t^+ \propto \overline{D}_t^+$, y por lo tanto $\overline{D}_t^+ \propto d_t^+$ (A_4)

De esta forma, se obtiene que:

$$I_t = p_t^+ d_t^+ \propto \overline{D}_t^w \qquad (A_5)$$

APÉNDICE B.

Demostración de la fórmula (29):

En la demostración de la fórmula (29) que se presenta en este apéndice, se consideran los modelos (11) y (12) como punto de partida, con el agregado de una sola covariable continua x^1 y un solo cofactor, F, a los efectos de simplicidad en la presentación. No obstante esta demostración puede extenderse al caso más general, considerando más de una covariable y más de un factor suplementario.

Si llamamos:

$$y_{bamtfi} = \ln(CPUE_{bamtfi}^+) \qquad (B_1)$$

$$\mu_{bamt} = \alpha_b^{Fx^1} + \beta_a + \gamma_m + \delta_t + (\alpha\beta)_{ba}^{Fx^1} + (\alpha\gamma)_{bm}^{Fx^1} + (\alpha\delta)_{bt}^{Fx^1} + (\beta\gamma)_{am} + (\beta\delta)_{at} + (\gamma\delta)_{mt} \qquad (B_2)$$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

, entonces, según (63) tenemos que:

$$y_{bamtfi} = \mu_{bamt} + \phi_f + \theta_1 \ln(x^1_{bamtfi}) + \zeta_{bamtfi} \qquad (B_3)$$

$$y_{bamtfi} = \mu' + \mu'_{bamt} + \phi'_f + \theta_1 \ln(x^1_{bamtfi}) + \zeta_{bamtfi} \qquad (B_4)$$

, donde en (B_4) con la tilde estamos indicando que los parámetros están sujetos a las restricciones que impone la parametrización Sigma-restrictiva (μ'_{bamt} es formalmente idéntico a μ_{bamt} definido en (B_2) pero sus parámetros satisfacen las restricciones de la parametrización Sigma-restrictiva).

Si tomamos esperanza matemática en (B_3) y (B_4), condicionada a los valores de la covariable (teniendo en cuenta que el valor esperado del término de error condicionado a los valores de la covariable es 0, esto es $E(\zeta_{bamtfi} / x^1_{bamtfi}) = 0$) obtenemos:

$$E(y_{bamtfi} / x^1_{bamtfi}) = \mu_{bamt} + \phi_f + \theta_1 \ln(x^1_{bamtfi}) \qquad (B_5)$$

$$E(y_{bamtfi} / x^1_{bamtfi}) = \mu' + \mu'_{bamt} + \phi'_f + \theta_1 \ln(x^1_{bamtfi}) \qquad (B_6)$$

Si ahora en (B5) y (B6) tomamos esperanza matemática (promediando sobre los valores de la covariable dentro de la celda (*b,a,m,t,f*)), tenemos que:

$$E(y_{bamtf}) = E(E(y_{bamtfi} / x^1_{bamtfi})) = \mu_{bamt} + \phi_f + \theta_1 E(\ln(x^1_{bamtfi})) \qquad (B_7)$$

$$E(y_{bamtf}) = E(E(y_{bamtfi} / x^1_{bamtfi})) = \mu' + \mu'_{bamt} + \phi'_f + \theta_1 E(\ln(x^1_{bamtfi})) \qquad (B_8)$$

, y de (B_7) y (B_8) obtenemos que:

$$\mu_{bamt} + \phi_f + \theta_1 E(\ln(x^1_{bamtfi})) = \mu' + \mu'_{bamt} + \phi'_f + \theta_1 E(\ln(x^1_{bamtfi}) \qquad (B_9)$$

Y por lo tanto, cancelando los términos en común, obtenemos que:

$$\mu_{bamt} + \phi_f = \mu' + \mu'_{bamt} + \phi'_f \qquad (B_{10})$$

Si ahora promediamos sobre *b* y *f* ambos miembros de (B_{10}) y tenemos en cuenta las restricciones Sigma-restrictivas que satisfacen los parámetros del segundo miembro de (B_{10}), obtenemos:

$$\mu_{.amt} + \bar{\phi} = \mu' + \mu'_{.amt} \qquad (B_{11})$$

COPIA ELECTRONICA INIDEP

, siendo $\overline{\phi} = \dfrac{\sum_{f=1}^{n_F} \phi_f}{n_F}$ y además:

$$\mu_{.amt} = \overline{\alpha}_{.}^{Fx^1} + \beta_a + \gamma_m + \delta_t + \overline{(\alpha\beta)}_{.a}^{Fx^1} + \overline{(\alpha\gamma)}_{.m}^{Fx^1} + \overline{(\alpha\delta)}_{.t}^{Fx^1} + (\beta\gamma)_{am} + (\beta\delta)_{at} + (\gamma\delta)_{mt} \qquad (B_{12})$$

$$\mu' + \mu'_{.amt} = \mu' + \beta'_a + \gamma'_m + \delta'_t + (\beta\gamma)'_{am} + (\beta\delta)'_{at} + (\gamma\delta)'_{mt} \qquad (B_{13})$$

, y siendo a su vez $\overline{\alpha}_{.}^{Fx^1} = \dfrac{\sum_{b=1}^{n_b} \alpha_b^{Fx^1}}{n_b}$ y por su parte:

$$\overline{(\alpha\beta)}_{.a}^{Fx^1} = \frac{\sum_{b=1}^{n_b} (\alpha\beta)_{ba}^{Fx^1}}{n_b}, \quad \overline{(\alpha\gamma)}_{.m}^{Fx^1} = \frac{\sum_{b=1}^{n_b} (\alpha\gamma)_{bm}^{Fx^1}}{n_b}, \quad \overline{(\alpha\delta)}_{.t}^{Fx^1} = \frac{\sum_{b=1}^{n_b} (\alpha\delta)_{bt}^{Fx^1}}{n_b} \qquad (B_{14})$$

De esta forma, si llamamos:

$$\psi_a = \exp(\overline{(\alpha\beta)}_{.a}^{Fx^1}), \quad \psi_m = \exp(\overline{(\alpha\gamma)}_{.m}^{Fx^1}), \quad \psi_t = \exp(\overline{(\alpha\delta)}_{.t}^{Fx^1}) \qquad (B_{15})$$

, teniendo en cuenta (28), (62), (B_{11}), (B_{12}), (B_{13}) y (B_{15}), se obtiene por último que:

$$I_{amt}^{+} = c\,\psi_a \psi_m \psi_t \overline{D}_{amt}^{+} \qquad (B_{16})$$

, siendo $c = e^{\overline{\alpha}_{.}^{Fx} + \overline{\phi}}$

APÉNDICE C.

Demostración de la fórmula (67):

En principio consideraremos que el área A_a es plana y que a cada punto del área A_a le corresponde un par de coordenadas cartesianas (x_1, x_2). Lo primero que tenemos que demostrar es que:

$$\pi_{amt}^{+} = \frac{1}{|A_a|} \int_{A_a} \pi_{amt}^{+}(x_1, x_2)\, dx_1\, dx_2 \qquad (C_1)$$

Debe observarse que la condición de invarianza planteada en (68) nos permite efectuar el cálculo independientemente del momento particular que consideremos dentro del mes *m*.

Para demostrar (C_1), supongamos que estamos en la celda (*a,m,t*) y que seleccionamos un punto $P = (x_1, x_2)$ al azar dentro del área A_a. Si indicamos con $D(P)$ a la densidad

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

del recurso considerado en el punto P ,seleccionado al azar, entonces podemos definir la siguiente variable aleatoria:

$$X = \begin{cases} 1 & si \;\; D(P) > 0 \;\; \text{con probabilidad } \pi^{+}_{amt} \\ 0 & si \;\; D(P) = 0 \;\; \text{con probabilidad } 1 - \pi^{+}_{amt} \end{cases} \qquad (C_2)$$

De esta forma tenemos que:

$$E(X) = \pi^{+}_{amt} \qquad (C_3)$$

Por otra parte la esperanza condicional de la variable aleatoria X , dado el punto $P = (x_1, x_2)$, está dada por:

$$E(X / P) = \pi^{+}_{amt}(x_1, x_2) \qquad (C_4)$$

, ya que $\pi^{+}_{amt}(x_1, x_2)$ puede ser interpretada como la probabilidad de obtener un valor de densidad positivo en el punto P de coordenadas (x_1, x_2), con los valores de las covariables iguales a $x^{\pi 1}_{amt}(x_1, x_2)$, $x^{\pi 2}_{amt}(x_1, x_2)$, …, $x^{\pi p}_{amt}(x_1, x_2)$.

Ahora bien, si los puntos se seleccionan al azar, la función de densidad de probabilidad de los puntos $P = (x_1, x_2)$, es la correspondiente a la distribución uniforme en el área A_a y está dada por:

$$f(P)\, dP = \frac{dx_1\, dx_2}{|A_a|} \qquad (C_5)$$

Si ahora, la esperanza condicional, $E(X / P)$, la promediamos sobre los puntos $P = (x_1, x_2)$, esto es, tomamos esperanza matemática de la esperanza condicional sobre la distribución de puntos, seleccionados al azar, dentro del área A_a , entonces, por definición, tenemos que:

$$E_P(E(X / P)) = \int_{A_a} E(X / P)\; f(P)\; dP = \frac{1}{|A_a|} \int_{A_a} \pi^{+}_{amt}(x_1, x_2)\, dx_1 dx_2 \qquad (C_6)$$

Y teniendo en cuenta (C_3) y $C_{(6)}$ y que además $E_P(E(X / P)) = E(X)$ (Seber, 1982), se deduce que:

$$\pi^{+}_{amt} = \frac{1}{|A_a|} \int_{A_a} \pi^{+}_{amt}(x_1, x_2)\, dx_1 dx_2$$

Tal como queríamos.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Si ahora definimos $h(x) = \dfrac{1}{(1+e^{-x})}$ y desarrollamos $h(x)$ en un entorno de un punto x_0 hasta el término lineal, de acuerdo a la fórmula de Taylor, tenemos que aproximadamente:

$$h(x) \cong h(x_0) + \frac{dh(x)}{dx}\Big|_{(x=x_0)} (x\text{-}x_0) \qquad (C_7)$$

Si consideramos:

$$x = \mu^{\pi x} + \beta_a^{\pi x} + \gamma_m^{\pi x} + \delta_t^{\pi x} + (\beta\gamma)_{am}^{\pi x} + (\beta\delta)_{at}^{\pi x} + (\gamma\delta)_{mt}^{\pi x} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k^{\pi} x_{amt}^{\pi k}(x_1, x_2) \qquad (C_8)$$

$$x_0 = \mu^{\pi x} + \beta_a^{\pi x} + \gamma_m^{\pi x} + \delta_t^{\pi x} + (\beta\gamma)_{am}^{\pi x} + (\beta\delta)_{at}^{\pi x} + (\gamma\delta)_{mt}^{\pi x} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k^{\pi} \bar{x}_{amt}^{\pi k} \qquad (C_9)$$

Entonces tenemos que:

$$x - x_0 = \sum_{k=1}^{p} \beta_k^{\pi} (x_{amt}^{\pi k}(x_1, x_2) - \bar{x}_{amt}^{\pi k}) \qquad (C_{10})$$

Si tenemos en cuenta que:

$$\bar{x}_{amt}^{\pi k} = \frac{1}{|A_a|} \int_{A_a} x_{amt}^{\pi k}(x_1, x_2)\ dx_1\ dx_2 \qquad (C_{11})$$

, se obtiene:

$$\frac{1}{|A_a|} \int_{A_a} (x\text{-}x_0)\ dx_1\ dx_2 = 0 \qquad (C_{12})$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que $\dfrac{dh(x)}{dx}\Big|_{(x=x_0)}$ es independiente de las coordenadas (x_1, x_2), se obtiene:

$$\pi_{amt}^{+} \cong h(x_0)$$
$$= \frac{1}{(1+\exp(-(\mu^{\pi x} + \beta_a^{\pi x} + \gamma_m^{\pi x} + \delta_t^{\pi x} + (\beta\gamma)_{am}^{\pi x} + (\beta\delta)_{at}^{\pi x} + (\gamma\delta)_{mt}^{\pi x} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k^{\pi} \bar{x}_{amt}^{\pi k}))} \qquad (C_{13})$$

, tal como se quería.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP