INIDEP

INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO PESQUERO

INFORME DE INVESTIGACIÓN

Número	Páginas	Fecha de aprobación
026	21	07 de Mayo de 2021

Dirección: DIRECCIÓN DE PESQUERIAS DE PECES

Programa / Gabinete: Gabinete de Biomatemática

Actividad: GMAT4

LA EFICIENCIA DE CAPTURA DE UN ARTE DE PESCA; DIFICULTADES DE ESTIMACIÓN Y SENSIBILIDAD AL ÁREA DE PROSPECCIÓN

La eficiencia de captura de un arte de pesca en un lance de pesca (o eficiencia propia de captura) se define como la captura relativa a la abundancia presente en la trayectoria del lance de pesca. Esta depende del área barrida, del esfuerzo pesquero, de la selectividad del arte de pesca, de condiciones de arrastre y también del buque y por supuesto del nivel de abundancia en la trayectoria del lance de pesca. La estimación de la eficiencia de captura de un arte de pesca utilizado en campañas de investigación para evaluación de abundancia, es fundamental para poder contar con una escala de abundancia en los modelos de dinámica poblacional. La eficiencia propia de captura se estima en muchos casos, mediante un experimento de decrecimiento de abundancia y un modelo matemático del decrecimiento de la misma en el área de prospección. En este trabajo se estudian efectos de sobre-estimación o sub-estimación, al usar los modelos de Leslie&Davis o Delury, comparando con el modelo base No-lineal, y la causa de esto. La superficie del área de prospección es necesaria para estimar la eficiencia propia de captura. Pero existen factores de incertidumbre que afectan a definir correctamente el área de prospección, especialmente en aguas profundas. En este trabajo también se discute sobre esto con el fin de comprender las limitaciones, y tener una guía para el diseño de la experiencia de decrecimiento de abundancia y análisis posterior de los datos.

Citar Indicando la fuente. El contenido no debe ser reproducido total o parcialmente sin la expresa conformidad del INIDEP

	Institución	Cargo
SOLICITADO POR		

PREPARADO POR	**APROBADO POR**
Firma: Nombre: AUBONE, ANIBAL	Jefe de Programa / Gabinete
	DR. MARCELO PÁJARO Director de área
	Dra. CLAUDIA RAQUEL CAROZZA DIRECCIÓN NACIONAL INVESTIGACIÓN INIDEP Director Nacional de Investigación
	Director del INIDEP

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

La eficiencia de captura de un arte de pesca; dificultades de estimación y sensibilidad al área de prospección

Aníbal Aubone

Gabinete de Biomatemática (GMAT), Instituto Nacional de Investigación y Desarrollo Pesquero

Centro Marplatense de Investigaciones Matemáticas (CEMIM), Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Mar del Plata

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

1. Introducción

La eficiencia de captura de un arte de pesca en un lance de pesca o eficiencia propia de captura, se define como la captura relativa a la abundancia presente en la trayectoria del lance de pesca. La eficiencia propia de captura depende del área barrida, del esfuerzo pesquero, de la selectividad del arte de pesca, de condiciones de arrastre y también del buque y por supuesto del nivel de abundancia en la trayectoria del lance de pesca.

La eficiencia de captura no es un valor que puede determinarse arbitrariamente, es intrínseca al arte de pesca, en ciertas condiciones.

Observar que la eficiencia propia de un arte de pesca en un lance de pesca, como se la ha definido, es un caso particular de considerar la captura del lance relativa a cierta abundancia, que podría ser la presente en un área determinada o directamente la abundancia poblacional. Entonces, la eficiencia de captura en un lance de pesca (eficiencia propia) no necesariamente es la misma medida sobre la trayectoria del lance de pesca que, por ejemplo, sobre el total de la población. Es por esto que distinguimos la eficiencia propia de la noción de eficiencia del arte de pesca en un lance, en un sentido más general, donde se debe determinar siempre la abundancia sobre la que se relativiza la captura.

La estimación de la eficiencia de captura de un arte de pesca utilizado en campañas de investigación para evaluación de abundancia, es fundamental para poder contar con una escala de abundancia en los modelos de dinámica poblacional (Aubone, 2020, 2021). Pero su estimación permite además pasar de capturas por lance de pesca a abundancia en la trayectoria de dicho lance de pesca. Por ello reviste suma importancia, el poder obtener una estimación de la misma. Sin embargo, es muy dificultoso obtener una estimación de la eficiencia de captura para algunas

poblaciones marinas, como las de peces, porque los mismos se mueven. En el caso de vieiras, que son poblaciones prácticamente sésiles, es más fácil poder realizar estudios de eficiencia de captura, pero no dejan de ser dificultosos (Walter et al., 2007). En aguas someras es posible lograr el control de la experiencia de manera de obtener estimaciones confiables, pero en aguas profundas el problema se complica.

Modelando el decrecimiento de abundancia a medida que se realizan lances de pesca en un área determinada, es posible lograr una estimación.

El Instituto Nacional de Investigación y Desarrollo Pesquero (INIDEP) de Argentina, llevó a cabo una experiencia de decrecimiento de abundancia de vieira patagónica (*Zygochlamys patagonica*) para estimar la eficiencia de captura de la rastra utilizada en evaluación de abundancia de dicha especie (Campaña VA-06/2018) (Campodónico et al., 2018), en la Unidad de Manejo B. La vieira patagónica habita a profundidades de aproximadamente 100 m. En Aubone et al. (2019) pueden verse los resultados de la estimación de la eficiencia propia de captura.

El decrecimiento de abundancia en un área relativamente pequeña, con el experimento totalmente controlado, permite estimar el coeficiente de capturabilidad y luego la eficiencia de captura, para los individuos totalmente retenibles, en primera instancia. El decrecimiento de biomasa se realiza mediante sucesivos lances de pesca “rastrillando” el área de prospección, hasta prácticamente agotar la abundancia existente.

Los modelos usuales utilizados para ello son el de Leslie y Davis (1939) y el de Delury (1945). Ambos modelos describen el decrecimiento de la abundancia, y simplifican un problema no-lineal, para tratar la estimación de parámetros como un problema de regresión lineal simple. Esta aproximación a la solución del modelo No-lineal (Aubone, 2014; 2020; 2021), genera diferencias respecto del mismo. Leslie, Davis y Delury formularon sus modelos a partir del modelo No-lineal, simplificando el proceso de cálculo para la estimación de los parámetros. Errores en los datos o incertidumbre en los mismos, pueden afectar de manera dramática las estimaciones, aún con el modelo No-lineal. Por ello el experimento debe estar correctamente controlado (Aubone, 2014).

Es importante, para el experimento, que el esfuerzo pesquero sea prácticamente constante entre lances de pesca y se considere la selectividad por longitud, o se realice el estudio para los individuos totalmente retenibles.

Es interesante entonces, determinar posibles efectos de sobre-estimación o sub-estimación, al usar los modelos de Leslie&Davis o Delury en vez del modelo No-lineal, y poder entender la causa de esto. Por otro lado, para aguas profundas, existen complicaciones que aumentan la incertidumbre en las estimaciones, especialmente en la definición del área de prospección. En este trabajo también se discute sobre esto con el fin de comprender las limitaciones, y tener una guía para el diseño de la experiencia y análisis posterior de los datos.

2. Coeficiente de capturabilidad. Estimación para poblaciones cerradas

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

En Aubone (2014) se definen los siguientes términos, que se repiten aquí para dar auto-contenido a este trabajo.

El coeficiente de capturabilidad $q_t > 0$ se define como $q_t = \frac{\frac{C_t}{f_t}}{N_t^{med}}$, o sea la proporción de captura C_t por unidad de esfuerzo pesquero f_t ($CPUE_t$) en un tiempo, respecto de la abundancia media del recurso N_t^{med} (en número de individuos) en dicho tiempo.

Por ser en general dificultoso el poder estimar el coeficiente de capturabilidad, y especialmente si varía, determinar las causas de dicha variación, resulta importante que el mismo pueda ser considerado constante en el tiempo, por lo menos en un periodo corto de tiempo. Para ello debe realizarse el experimento de manera controlada.

De esta forma se formula: $C_t = q\, f_t\, N_t^{med}$.

Poner $\frac{C_t}{f_t} = q\, N_t^{med}$, significa que la captura por unidad de esfuerzo es proporcional a la biomasa media en dicho lapso. Implícitamente el coeficiente de capturabilidad, al permitir relacionar la captura con la abundancia media, depende tanto del sistema de captura (arte de pesca, capacidad de encontrar a los individuos, eficiencia de captura, etc.) como de restricciones de acceso al recurso y de la densidad y abundancia del mismo y también del esfuerzo pesquero.

La proporción de extracción es la captura relativa a la abundancia inicial en el lapso de captura. La proporción de extracción es $\frac{C_t}{N_t}$ (probabilidad de capturar un individuo). La proporción de extracción también se llama eficiencia de pesca o de captura. Se entiende la misma, bajo una determinada abundancia (N_t) y bajo un determinado esfuerzo pesquero. El esfuerzo pesquero está implícito en la vulnerabilidad ν_t.

La proporción de extracción se relaciona con la selectividad del arte de pesca (S_t) (proporción de individuos retenidos cuando son encontrados), con la vulnerabilidad (ν_t) (proporción de individuos accesibles que son encontrados) y con la accesibilidad (κ_t) (proporción de individuos accesibles (o disponibles) a ser pescados) (Aubone, 2004): $\frac{C_t}{N_t} = S_t\, \nu_t\, \kappa_t$.

3. Estimación de la eficiencia de captura (proporción de extracción) para una población cerrada

COPIA ELECTRONICA INIDEP

Dado $C_t = S_t\ \nu_t\ \kappa_t\ N_t$, donde S_t es la selectividad del arte de pesca, ν_t es la vulnerabilidad (eficiencia de pesca) y κ_t es la accesibilidad al recurso. Para un recurso pesquero totalmente accesible puede suponerse $\kappa_t = 1$. Y para las tallas de individuos más grandes $S_t = 1$, por lo que $\frac{C_t}{N_t} = \nu_t$, en estas condiciones.

En las condiciones de retención total y accesibilidad total, la eficiencia de captura es la denominada *vulnerabilidad* (probabilidad de encontrar los peces accesibles a ser pescados). Vulnerabilidad que se entiende, sobre una determinada abundancia. La eficiencia de captura depende del momento donde se evalúe la misma, además de otros factores. Conceptualmente, la eficiencia de captura no es a priori constante. Hay que analizar de qué factores depende y luego de comprender el problema determinar, de ser posible, condiciones tanto de estimación como condiciones para poder considerarla constante. Esto permite diseñar un experimento para la estimación de la misma.

En general, la eficiencia de captura definida como la proporción de extracción no se refiere solamente a la eficiencia del arte de pesca, sino que involucra a toda la tecnología utilizada para la captura, experiencia de los pescadores, esfuerzo pesquero, etc. Por otro lado, ésta en principio depende de las longitudes o edades por lo que la estimación debe realizarse diferenciada sobre las mismas. Si la retención del arte de pesca es diferente por clase de longitud, e interesa estimar la capturabilidad y eficiencia para estas clases de longitud, debería realizarse un análisis pormenorizado por clase de longitud. Para ello basta tomar las longitudes de los individuos capturados para estimar el número de individuos capturados por clase de longitud y aplicar la metodología por clase.

Eficiencia de captura para el Modelo de Leslie&Davis

$C_t = F_t\ N_t^{med} = F_t(N_t - \frac{C_t}{2})$ entonces $C_t = \frac{F_t}{1+\frac{F_t}{2}} N_t = \frac{q\ f_t}{1+\frac{q\ f_t}{2}} N_t$, luego

$\nu_t = \frac{q\ f_t}{1+\frac{q\ f_t}{2}}$ (<u>Eficiencia de captura</u> para $S_t = 1$ (retención)).

Eficiencia de captura para el Modelo de Delury

$C_t = F_t\ N_t^{med} = q\ f_t\ N_t\ e^{-\frac{q\ f_t}{2}}$, luego $\nu_t = q\ f_t\ e^{-\frac{q\ f_t}{2}}$ (<u>Eficiencia de captura</u> para $S_t = 1$).

COPIA ELECTRONICA INIDEP

Eficiencia de captura para el Modelo No-lineal

De $C_t = N_t(1-e^{-q f_t})$ se tiene que $\nu_t = 1-e^{-q f_t}$ (Eficiencia de captura para $S_t = 1$).

Para estos tres modelos, si $S_t < 1$, la eficiencia de captura es $\frac{C_t}{N_t} = S_t \nu_t$, o sea, habrá que multiplicar la función obtenida por la retención.

4. Comparación de las eficiencias para los tres modelos

Los modelos de Leslie&Davis, Delury y No-lineal son modelos de decrecimiento de biomasa, que difieren en las fórmulas y en los supuestos estadísticos.

Notación:

Sea K_t la captura acumulada del tiempo inicial al comienzo del tiempo t. Se define $K_1 = 0$.

Sea C_t la captura durante la unidad de tiempo t.

Sea N_i el número inicial de individuos.

Sea N_t^{med} la media del número de individuos en el tiempo t.

Sea f_t el esfuerzo pesquero realizado durante el tiempo t.

Sea E_t el esfuerzo pesquero realizado desde el tiempo inicial hasta el comienzo del tiempo t, esto es $E_t = \sum_{l=1,t-1} f_l$. Se define $E_1 = 0$.

Modelo de Leslie&Davis (1939)

Supuestos:

1. Población cerrada.
2. q constante en toda la experiencia de captura.
3. M despreciable durante el lapso de la experiencia.
4. N_t^{med} se obtiene restando la mitad de la captura al N_t
5. Dinámica simplificada. Descuento de captura.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

$N_t = N_i - K_t$, $\quad N_t^{med} = N_i - K_t - \frac{C_t}{2}$

Luego $\frac{C_t}{f_t} = q\,N_t^{med} = q\,N_i - q(K_t + \frac{C_t}{2})$ *Modelo de Leslie&Davis*

Para obtener estimaciones de las varianzas de los estimadores, bajo el modelo de regresión lineal simple se asume que $\frac{C_t}{f_t}$ tiene distribución normal.

Modelo de Delury (1947)

Supuestos:

1. Población cerrada.
2. q constante en toda la experiencia de captura.
3. M despreciable durante el lapso de la experiencia.
4. Dinámica de Malthus.
5. N_t^{med} se obtiene en el tiempo $t + \frac{1}{2}$.

$N_t = N_i\, e^{-q\,E_t}$, $N_t^{med} = N_t\, e^{-\frac{q\,f_t}{2}}$, luego

$\frac{C_t}{f_t} = q\,N_t^{med} = q\,N_t\, e^{-\frac{qf_t}{2}} = q\,N_i\, e^{-q(E_t + \frac{f_t}{2})}$ y así

$\ln(\frac{C_t}{f_t}) = \ln(qN_i) - q(E_t + \frac{f_t}{2})$ *Modelo de Delury*

Resulta posible plantear una regresión lineal simple que permite estimar q y N_i. Para obtener estimaciones de las varianzas de los estimadores se asume que $\frac{C_t}{f_t}$ tiene distribución log-normal.

Modelo No-lineal (Aubone, 2014) (formulación tradicional) (ver Apéndice)

Supuestos:

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

1. Población cerrada.
2. q constante en toda la experiencia de captura.
3. M la tasa instantánea de mortalidad natural, despreciable durante el lapso de la experiencia.
4. Dinámica de Malthus.
5. N_t^{med} se obtiene considerando la dinámica de Malthus.

$$N_t = N_i\, e^{-q E_t}\ ,\ N_t^{med} = N_t \frac{1-e^{-q f_t}}{q f_t}$$

Luego se tiene que $\frac{C_t}{f_t} = q N_t^{med} = q N_t \frac{1-e^{-q f_t}}{q f_t} = q N_i\, e^{-qE_t} \frac{1-e^{-q f_t}}{q f_t}$ y

entonces $C_t = N_i\, e^{-q E_t} (1-e^{-q f_t})$ *Modelo no-lineal*

Este modelo es no-lineal en q y N_i . Notar que dividiendo por el esfuerzo f_t queda planteada la relación entre la captura por unidad de esfuerzo y la abundancia inicial y el esfuerzo previo y durante el tiempo t .

Se puede observar, para los tres modelos analizados (Leslie&Davis, Delury, y No-lineal), que la eficiencia de captura queda dependiendo del coeficiente de capturabilidad, del esfuerzo pesquero y de la retención del arte de pesca. La formulación es la tradicional. El coeficiente de capturabilidad resume múltiples variables con valores determinados, en particular la magnitud de biomasa. Así debe entenderse, a la eficiencia de captura como un valor obtenido de una situación determinada. La eficiencia de captura es la proporción de la captura respecto de la abundancia; captura realizada en ciertas unidades de esfuerzo. Por lo tanto, debe establecerse a qué magnitud de abundancia se refiere y a qué esfuerzo corresponde. Hay situaciones para las cuales la eficiencia de captura puede considerarse prácticamente independiente del esfuerzo de pesca (cuando $q\,f$ pequeño y el área barrida en un lance es proporcional al esfuerzo pesquero realizado para barrerla).

Las fórmulas de la eficiencia de captura son:

Modelo de Leslie-Davis: $v_t = \frac{q\, f_t}{1+\frac{q f_t}{2}}$

Función asociada, $f(x) = \frac{x}{1+\frac{x}{2}}$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Modelo de Delury: $v_t = q\, f_t\, e^{-\frac{q\, f_t}{2}}$

Función asociada, $g(x) = xe^{-\frac{x}{2}}$

Modelo no-lineal: $v_t = 1 - e^{-q\, f_t}$

Función asociada: $h(x) = 1 - e^{-x}$

Observación: las tres funciones asociadas se aproximan linealmente, por la función $\varphi(x) = x$, cuando $0 < x$, x es suficientemente pequeño. Esto quiere decir que si $F = qf$ es muy pequeño, los valores de vulnerabilidad (eficiencia de captura) de los tres modelos tenderán a coincidir si el coeficiente de capturabilidad multiplicado por el esfuerzo es el mismo.

Los tres modelos: Leslie&Davis, Delury y No lineal (difieren en los supuestos sobre el valor medio de abundancia). Pero los tres modelos utilizan la dinámica de Malthus y el supuesto de captura de Baranov (la velocidad de captura es proporcional a la abundancia). El modelo que replica totalmente la dinámica de Malthus y el supuesto de captura de Baranov es el modelo No-lineal. Por ello se lo considera el referente, y simplemente el modelo base. Tener en cuenta que Leslie, Davis y Delury formularon sus modelos cuando las computadoras recién comenzaban a desarrollarse, de ahí la necesidad de simplificar los cálculos y las simplificaciones realizadas. Hoy esta limitación no existe.

Lema 1

$\forall x \geq 0: \frac{x}{1+\frac{x}{2}} \geq 1 - e^{-x}$

Prueba/

Basta probar que si $F(x) = \frac{x}{1+\frac{x}{2}} - 1 + e^{-x}$, es $F(0) = 0$ y $\forall x > 0, F'(x) > 0$.

$F(0) = 0$, un poco más complicado es ver que si $x > 0$, es $F'(x) > 0$.

$$F'(x) = \frac{1}{(1+\frac{x}{2})^2} - e^{-x}$$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

El problema es equivalente a probar que $\frac{e^x}{(1+\frac{x}{2})^2} > 1$, pero $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + o(x^3)$ y $(1+\frac{x}{2})^2 = 1 + x + \frac{1}{4}x^2 < 1 + x + \frac{1}{2}x^2$, luego $\frac{e^x}{(1+\frac{x}{2})^2} > 1 + o(x^3)/(1 + x + \frac{1}{2}x^2)$

Y si $x > 0, o(x^3) > 0$. Luego queda demostrada la validez del Lema 1.♦

Lema 2

$$\forall x \geq 0: xe^{-\frac{x}{2}} \leq 1 - e^{-x}$$

Prueba/

Si $x = 0$, se cumple la igualdad. Y además si $F(x) = 1 - e^{-x} - xe^{-\frac{x}{2}}$, $F(0) = 0$, y $F'(x) = e^{-\frac{x}{2}}(e^{-\frac{x}{2}} - 1 + \frac{x}{2})$, y la función $\varphi(x) = e^{-\frac{x}{2}} - 1 + \frac{x}{2}$, es estricta monótona creciente y $\varphi(0) = 0$. Luego, queda demostrada la validez del Lema 2.♦

Conclusión

$$\forall x > 0: xe^{-\frac{x}{2}} < 1 - e^{-x} < \frac{x}{1 + \frac{x}{2}}$$

Esto significa que, para la misma capturabilidad y el mismo esfuerzo, el estimador de Leslie&Davis de la eficiencia de captura, estima un valor mayor de eficiencia respecto al estimador No-lineal, mientras que el estimador de Delury estima un valor menor. Se está relacionando los valores a nivel poblacional o de abundancia local. El estimador de Leslie&Davis aumenta la diferencia de estimación a medida que $q\, f_t$ crece.

Por otro lado, el estimador de Delury, alcanza su valor máximo en $x = 2$ (valor máximo $v = 2e^{-1}$). Mientras que el estimador de Leslie&Davis, tiende asintóticamente al valor 2 cuando x crece, por lo tanto el valor máximo admisible, teniendo en cuenta que la eficiencia verifica $0 \leq v \leq 1$, es $x = 2$, para el estimador de Leslie&Davis.

El estimador no lineal en $x = 2$, toma el valor $v = 1 - e^{-2} \cong 0{,}86466472$, pero puede tomar valores asintóticos a 1, a medida que x crece.

5. Observación

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Las relaciones obtenidas, permiten inferir, independientemente del proceso numérico de estimación, que existen diferencias básicas en la estimación de la eficiencia de captura. Por un lado, el estimador de Leslie&Davis supera o iguala los valores del estimador No-lineal, y el estimador de Delury, toma valores inferiores al estimador No-lineal. Esto, cuando se compara para el mismo valor de $x\,(x = F = q\,f)$. Por otro lado, el estimador de Leslie&Davis no está definido para $qf > 2$. Los estimadores de Delury y No-lineal sí pueden tomar valores para $qf > 2$.

6. Una mirada sobre el proceso de estimación

El proceso de estimación de los parámetros que definen cada modelo, puede producir valores diferentes a los esperados, de acuerdo a los Lemas 1 y 2.

Como $x = F_t = q\,f_t$, y el esfuerzo pesquero es dato, el problema se concentra en el valor del coeficiente de capturabilidad q. Para los tres métodos, el coeficiente de capturabilidad puede tomar valores estimados diferentes.

Siendo el modelo $C_t = q\,f_t\,N_t^{med}$, o $\frac{C_t}{f_t} = q\,N_t^{med}$, y teniendo en cuenta la definición diferente de N_t^{med} por cada modelo (Leslie&Davis: $N_t^{med} = N_i - K_t - \frac{C_t}{2}$; Delury: $N_t^{med} = N_t\,e^{-\frac{q\,f_t}{2}}$ y Modelo No-lineal: $N_t^{med} = N_t\,\frac{1-e^{-q\,f_t}}{q\,f_t}$), dependiendo de la relación entre estos modelos para N_t^{med}, será afectada la diferencia entre los q estimados. Los valores estimados de capturabilidad también dependerán de los supuestos aleatorios asumidos. Pero el efecto más importante lo brinda el cambio de modelo para N_t^{med}.

Analicemos esto.

Dado que el modelo No-lineal puede considerarse la referencia para los otros modelos, siendo la base metodológica de ambos, se considera al mismo como el referente. Por supuesto, bajo asumir que $F_t = q\,f_t$, que es un modelo adicional, y que es el que se está tratando aquí.

Notación:

$$N_t^{med}(LD) = N_i - K_t - \frac{C_t}{2}; \qquad N_t^{med}(D) = N_t\,e^{-\frac{qf_t}{2}}; \qquad N_1^{med}(NL) = N_t\,\frac{1-e^{-qf_t}}{qf_t}$$

Observar que $N_t = N_i e^{-qE_t} = N_i - K_t$. Luego

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

$N_t^{med}(LD) = N_t - \frac{C_t}{2} = N_t \frac{1+e^{-qf_t}}{2}$ para el modelo de Leslie&Davis.

Observar que N_t es el mismo para todos los modelos (basado en la dinámica de Malthus).

Luego $N_t^{med}(LD) = N_t^{med}(NL)\frac{1}{2}qf_t\frac{1+e^{-qf_t}}{1-e^{-qf_t}}$ y si se pone $h(x) = \frac{1}{2}x\frac{1+e^{-x}}{1-e^{-x}}$, se tiene que esta función en $x = 0$ no está definida, pero $0 < h(x) < \frac{1}{2}$, para *x>0*. Por lo tanto, $N_t^{med}(LD) < N_t^{med}(NL)$ para $x > 0$.

Luego $N_t^{med}(D) = N_t^{med}(NL)qf_t\frac{e^{-\frac{qf_t}{2}}}{1-e^{-qf_t}}$ y si se pone $g(x) = x\frac{e^{-\frac{x}{2}}}{1-e^{-x}}$, se tiene que esta función en $x = 0$ no está definida, pero $0 < g(x) < 1$, para *x>0*. Por lo tanto, $N_t^{med}(D) < N_t^{med}(NL)$ para $x > 0$.

Y finalmente, $N_t^{med}(D) = N_t^{med}(LD)2\frac{e^{-\frac{qf_t}{2}}}{1+e^{-qf_t}}$, y si se define $f(x) = 2\frac{e^{-\frac{x}{2}}}{1+e^{-x}}$, se tiene que $0 < f(x) < 1$, para $x \geq 0$. Por lo tanto, $N_t^{med}(D) < N_t^{med}(LD)$ para $x > 0$.

Resumiendo:

Lema 3

$N_t^{med}(D) < N_t^{med}(LD) < N_t^{med}(NL)$, para los valores de $qf_t > 0$.

Como se explicó con los Lemas 1 y 2, si el coeficiente de capturabilidad multiplicado por el esfuerzo pesquero fueran los mismos, la eficiencia de captura del modelo de Leslie&Davis es mayor a la eficiencia dada por el modelo No-lineal; y la eficiencia calculada con el modelo de Delury es menor a la del modelo No-lineal.

Eficiencia de captura

Modelo de Leslie-Davis: $v_t = \frac{q\,f_t}{1+\frac{qf_t}{2}}$

Modelo de Delury: $v_t = q\,f_t\,e^{-\frac{q\,f_t}{2}}$

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Modelo No-lineal: $v_t = 1 - e^{-q\,f_t}$

Eficiencia de captura para el lance de pesca l: $v_{t,l} = v_t \frac{a_{pros}}{a_l}$ (eficiencia propia para el lance l)

Donde a_{pros} es el área efectiva de prospección, y a_l es el área barrida del lance l.

En la Tabla 1 (Anexo) pueden verse las diferencias en las eficiencias para iguales valores de $F = qf$. Observar como el error relativo en valor absoluto, va aumentando al aumentar el valor de F. También observar, que hasta el valor de $F = 1$, el error relativo de aproximación a la eficiencia de captura se puede considerar menor al 5% para los modelos de Leslie&Davis y para el de Delury.

Los resultados obtenidos son muy interesantes porque permiten inferir, que, para la misma serie de capturas y esfuerzo de pesca, el coeficiente de capturabilidad del modelo de Leslie&Davis estimado, se espera sea mayor que el del modelo de Delury y éste a su vez mayor que el del modelo No-lineal. Esto es, para compensar la disminución en el valor medio de abundancia, con las mismas capturas y esfuerzos pesqueros. Este efecto se debe a la manera en que definen los diferentes modelos el valor de abundancia medio, como aproximación de $N_t^{med}(NL)$.

Como resultado de esta estimación de la capturabilidad, diferenciada por modelo, se produce una variación en la estimación de la eficiencia de captura. Al esperarse que los coeficientes de capturabilidad estimados de los modelos Leslie&Davis y Delury sean mayores, respecto del modelo No-lineal (con los mismos esfuerzos de pesca y capturas), se espera un mayor error relativo de la estimación de eficiencia por parte del modelo de Leslie&Davis y sobreestimación de la eficiencia de captura (y de la eficiencia propia de captura) por parte de los modelos de Leslie&Davis y Delury respecto del modelo No-lineal. Pero para el modelo de Delury, es posible que el error relativo se reduzca. Esto último no puede asegurarse pues dependerá de los datos y de la magnitud del coeficiente de capturabilidad.

Leslie&Davis proponen una distribución normal de la captura por unidad de esfuerzo, mientras que Delury propone una distribución log-normal para la captura por unidad de esfuerzo. Ambos modelos no contemplan la posible heterocedasticidad. No considerar la heterocedasticidad cuando realmente existe, producirá estimadores de mayor varianza a la que podría obtenerse considerando el problema como heterocedástico, cuando realmente lo es.

Esta variabilidad en las estimaciones de los modelos de Leslie&Davis, Delury y No-lineal (sin consideración de la heterocedasticidad) puede producir valores estimados que no se condicen con la teoría aquí expuesta, para casos puntuales. Dependerá de los datos.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

7. Incertidumbre sobre el área efectiva de prospección

La experiencia de decrecimiento de biomasa se planifica sobre un área que se denominará *área objetivo de prospección*. Se discutirá a continuación los problemas que surgen cuando la captura se realiza a profundidades en las que no puede realizarse una observación visual, como en aguas someras, y esto afecta al conocimiento de las trayectorias y del área de prospección.

Dicha área debe ser no muy pequeña y a su vez no muy grande para poder "barrerla" con lances de pesca en el tiempo limitado de la campaña y lograr poder observar el decrecimiento de la abundancia. Un rectángulo sobre la superficie terrestre es posible que sea dicha área objetivo de prospección.

Por ejemplo, si la especie se distribuye espacialmente en agregaciones o parches (ejemplo: vieiras), para evitar una gran variabilidad de capturas entre lances de pesca se aconseja plantear un área objetivo de prospección donde se espere buena homogeneidad en la distribución espacial de la especie y en la abundancia.

Sin embargo, los lances de pesca cubren un área de manera discreta y por los movimientos limitados del buque es posible que el barrido no sea exactamente dentro del área previamente determinada como objetivo de prospección. Este es un problema que aparece principalmente en aguas profundas, ya que en aguas someras el experimento podría estar más controlado (Delury, 1947). Además, el movimiento del buque no necesariamente se condice con el movimiento del arte de pesca, ni la trayectoria del buque es necesariamente la trayectoria del arte de pesca.

La trayectoria de pesca se considera durante la actividad de captura del arte de pesca. A menos que se pueda registrar las posiciones del arte de pesca durante la trayectoria del lance de pesca, no es posible distinguir la trayectoria del arte de pesca de la trayectoria del buque. Esto introduce un factor de incertidumbre en la estimación final del área barrida (esfuerzo), que afecta directamente en la estimación de la eficiencia propia de captura. Pero, además, no conocer realmente las trayectorias de los lances de pesca no permite definir con mejor precisión el área efectiva de prospección.

Varios problemas aparecen asociados a la incertidumbre sobre las trayectorias reales.

El área barrida utilizando la distancia recorrida como velocidad por tiempo de arrastre es una aproximación que puede ser diferente del área barrida real. La velocidad de movimiento del arte de pesca puede variar. También el área barrida utilizando la posición inicial y final de cada lance puede no dar una medida correcta de la verdadera área barrida. Son trayectorias lineales.

A veces se tiene el dato de la trayectoria del buque de investigación en cada lance de pesca, lo que permite estimar el área barrida considerando a dichas trayectorias del buque. Pero esto tampoco significa obtener estimaciones del área barrida real, aunque esta situación de datos podría considerarse mejor que las anteriores.

COPIA ELECTRONICA INIDEP

Sin embargo, es necesario contar con un área de prospección para calcular la eficiencia propia de captura. Siempre en el contexto de pesca de profundidad, supongamos que se define un área efectiva de prospección. Dicha área debe contener las trayectorias de la mayoría de los lances de pesca y las mismas deben “cubrir” de manera bastante homogénea el área. Algunos lances de pesca posiblemente se hayan realizado en parte fuera de dicha área y en parte dentro de dicha área. Todos los lances de pesca con trayectoria que se interseque con el área de prospección, afectarán al decrecimiento de la abundancia en dicha área. Por lo tanto, no es posible eliminar lances de pesca que intersequen en su trayectoria el área de prospección.

La captura del lance de pesca, dentro del área efectiva de prospección no es necesariamente proporcional con factor de proporcionalidad la proporción de trayectoria dentro del área efectiva de prospección respecto de la total. De usar ese factor de proporcionalidad, se asume válida la homogeneidad en la distribución espacial de la especie y homogeneidad de abundancia, cosa que no es lo esperable. Aunque el área objetivo de prospección se haya determinado buscando un área de homogeneidad en la distribución espacial (presencia y abundancia), fuera del área puede haber variaciones mayores. Esto puede agravarse si la especie suele concentrarse en agregaciones que pueden ser suficientemente pequeñas en su extensión, de manera tal que produzcan capturas en dos lances de pesca contiguos (mismo esfuerzo), muy diferentes.

Aunque la especie se distribuya espacialmente con homogeneidad en presencia y abundancia, es importante no usar ese factor de proporcionalidad, y es por dos situaciones importantes: la captura del lance de pesca podría haberse realizado en casi su totalidad fuera del área de prospección, y en este caso se podría considerar una captura mayor a la debida dentro del área de prospección (mayor captura por unidad de esfuerzo (CPUE) que la real). Tener en cuenta que la experiencia de decrecimiento de abundancia genera inicialmente heterogeneidad de distribución espacial y abundancia al ralear un área (el área de prospección) y no fuera de la misma. Este caso puede ocurrir con mayor frecuencia después de varios lances de pesca realizados. También, es posible que la captura pueda haberse realizado casi en su totalidad dentro del área efectiva de prospección, donde en este caso, al usar el factor de proporcionalidad, se podría considerar una captura menor a la debida (menor CPUE que la real). Este caso puede ocurrir con más frecuencia en los lances al comienzo de la experiencia de decrecimiento de abundancia. Estas dos situaciones pueden ocurrir, por efecto de la propia experiencia.

Lo que se sabe es que la captura del lance de pesca se capturó en su trayectoria de pesca, pero no en qué parte de la misma, y en general, no se conoce la verdadera trayectoria.

La primera situación si se da, puede producir estimaciones menores de la capturabilidad (y de la eficiencia propia de captura), especialmente si los lances que se salen en su trayectoria lineal del área de prospección son los últimos de la experiencia. El efecto de la segunda situación, si se da, es una posible estimación mayor de la capturabilidad y así de la eficiencia de captura. Pero a su vez, pueden combinarse ambas, produciéndose efectos muy difíciles de conocer.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

No se recomienda realizar ningún supuesto sobre la captura en tramos del área barrida (trayectoria del lance de pesca).

Dentro del área de prospección, a medida que avanza la experiencia de decrecimiento de abundancia (primera y segunda pasada), se puede producir una mayor heterogeneidad en la distribución espacial de vieira (presencia y abundancia), para que, luego en las pasadas finales, dicha heterogeneidad disminuya. Es por eso que estimar una captura en un tramo de la trayectoria del lance de pesca no es aconsejable, ni para los primeros lances ni para los últimos lances de pesca.

Es posible que todas las capturas de los lances de pesca fueran obtenidas en un área barrida mayor a la estimada finalmente, por las trayectorias no lineales de la rastra, en el arrastre. De ser así, la eficiencia de captura por lance de pesca estimada podría ser mayor a la real. Un área objetivo de prospección, con poca distancia en sentido transversal a las trayectorias, podría facilitar mantener trayectorias prácticamente lineales.

En una experiencia de eficiencia (o de decrecimiento de biomasa), los lances de pesca deben solaparse para poder evaluar el decrecimiento de biomasa. En aguas someras tal vez pueda guiarse al buque para que el solapamiento sea muy grande. De esta forma hasta podrían obtenerse réplicas del decrecimiento de abundancia. En aguas profundas esto no es posible. Lo importante es que en el área efectiva de prospección pueda observarse un decrecimiento de abundancia, para poder realizar el análisis.

No es conveniente considerar solo el área donde se solapan los lances de las diferentes pasadas, como área efectiva de prospección, ya que habrá que considerar algún criterio de reducción de la captura y el esfuerzo, que como se dijo no es conveniente.

Por otro lado, el decrecimiento de abundancia media observado a medida que pasan los lances de pesca, se observa indirectamente por medio de la captura por unidad de esfuerzo, que debe tener una tendencia decreciente con la secuencia de lances. La captura por unidad de esfuerzo es la modelada en términos medios por todos los modelos matemáticos considerados en este trabajo. Las variaciones que se observan de lance a lance son debidas, en parte, a la estructura de agregación de la especie (muy común en vieiras) y es propia del proceso de captura (con rastrillajes que alteran la homogeneidad inicial y luego van homogenizando la abundancia), donde el solapamiento se va dando parcialmente en algunos lances de pesca.

Es importante destacar que, para la estimación de la eficiencia de captura en el área de prospección no es necesario el conocimiento de la superficie del área de prospección (sí del esfuerzo y del coeficiente de capturabilidad, en forma tradicional). Para un esfuerzo constante (y retención máxima) conocer esta eficiencia de captura es equivalente a conocer el coeficiente de capturabilidad. Mientras que, para la eficiencia propia de captura (en un lance de pesca), sí es necesario el conocimiento de la superficie del área de prospección.

8. Comentarios finales

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

La eficiencia de captura de un arte de pesca es una propiedad intrínseca de dicho arte de pesca, bajo ciertas condiciones de operación. No es posible asignarle un valor arbitrario. De ocurrir esto, puede sesgarse la estimación de abundancia del recurso, con los posibles efectos negativos para la dinámica poblacional que esto podría producir. Por otro lado, la eficiencia de captura del arte de pesca va a ser estimada en un contexto de incertidumbre que debería tenerse en cuenta al momento de su aplicación en la evaluación del recurso pesquero. Parte de esa incertidumbre es estructural y no podrá reducirse, sin embargo, un experimento correctamente diseñado y controlado permitirá disminuir efectos que contribuyen a la incertidumbre.

En el Apéndice puede verse el modelo No-lineal (Aubone, 2021), sin coeficiente de capturabilidad. Esta formulación general, permite independizarse del supuesto de Baranov y reduce la estimación a un solo parámetro (el número inicial de individuos). Este modelo fue implementado en el programa BIODECRE v2.1 120221/by, que realiza la estimación del número inicial de individuos en el área de prospección, mediante el enfoque bayesiano y consideraciones de heterocedasticidad. Luego se estima la eficiencia en el área de prospección y la eficiencia propia.

Como se dijo al principio de este trabajo, contar con una estimación de la eficiencia de captura por lance de pesca, permite conocer el nivel de abundancia. La importancia de esto es indiscutible. Y es por ello que es necesario esforzarse para obtener una buena estimación de la eficiencia de captura del arte de pesca utilizada en evaluación de abundancia. Para evaluar poblaciones de peces se utilizan índices de abundancia (captura por unidad de esfuerzo), que se consideran relacionados en términos medios de manera lineal con la abundancia media en el área total de distribución de la especie. Aunque con mayor incertidumbre, se pretende estimar así un coeficiente de capturabilidad. Para hacerlo, es necesario contar con la definición de una abundancia inicial o de referencia, para brindar al modelo la escala de abundancia. Aquí interviene el conocimiento sobre la eficiencia de captura (Aubone, 2020), en forma directa o indirecta. La determinación de esta biomasa inicial sin referencia a la eficiencia de captura, introduce incertidumbre estructural insalvable. El problema subyace en todas las evaluaciones de los recursos pesqueros, ya que la abundancia absoluta se conoce en algún tiempo si se tiene el conocimiento de la eficiencia de captura del arte de pesca (o del coeficiente de capturabilidad) utilizado para dicha estimación. En general, es desconocida. Sino lo que se estima es un valor de un índice de abundancia, que podrá ser proporcional a la abundancia media en dicho tiempo. Para obtener una estimación de dicho factor de proporcionalidad (coeficiente de capturabilidad) se necesita un modelo de dinámica de biomasa, o de dinámica poblacional estructurado, un valor de abundancia absoluta de referencia, y varios valores del índice. Como se observa, sólo se obtendrán estimaciones de abundancia absoluta en un periodo de evaluación, sin introducir arbitrariedades, si se conoce en algún tiempo la eficiencia propia de captura del arte de pesca utilizado en evaluación de dicha abundancia.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Dado que la eficiencia de captura depende de muchos factores, algunos que pueden variar con el tiempo, se recomienda usar la estimación obtenida por una experiencia en el campo, para definir la escala de abundancia (en el tiempo de la experiencia), y luego utilizar la captura por unidad de esfuerzo como índice de abundancia en los diferentes tiempos. Esto facilitará percibir variaciones en la capturabilidad, si ocurrieran, y no necesariamente volver a estimar la eficiencia de captura. Por supuesto, cambios en la capturabilidad deberán interpretarse como cambio de índice o pérdida del mismo, pero hablando de campañas de investigación, si esto ocurriera, deberá evaluarse detenidamente las causas.

El ejemplo de peces se ha introducido, para mostrar que, salvo excepciones, no se utiliza la eficiencia propia de captura en evaluación de la manera que se la utiliza en vieira patagónica, en forma directa (Hernández et al., 2016), debido a la gran dificultad para estimarla. A su vez, se quiso brindar una idea que facilita su uso de manera restringida y segura en la evaluación del recurso.

Referencias

Aubone, A. 2014. Capturabilidad y eficiencia de pesca para poblaciones cerradas. Conceptos, estimación y aplicaciones. Informe de Investigación INIDEP Nº45/2014.

Aubone, A. 2018. PRG: BIODECRE v2.1 120221/by. Gabinete de Biomatemática, Instituto Nacional de Investigación y Desarrollo Pesquero, Paseo V. Ocampo N°1, 7600 Mar del Plata, Argentina.

Aubone, A. 2020. La eficiencia de captura del arte de pesca y la estimación de abundancia. Informe de Asesoramiento y Transferencia INIDEP Nº74/2020. 28/07/2020, 6 p.

Aubone, A. 2021. Notas sobre Matemática Pesquera. E-book (*en revisión final*).

Aubone, A.; Campodónico, S.; Escolar, M. y García, J. 2019. Estimaciones de la eficiencia de captura de la rastra usada en evaluación de biomasa de vieira patagónica (*Zygochlamys patagonica*). Informe Técnico Oficial INIDEP Nº16/2019.

Campodónico, M.S., García, J.C. & Mastroliberto, E. 2018. Estimación de eficiencia de la rastra utilizada en la evaluación de biomasa de vieira patagónica (*Zyglochlamys patagonica*). Informe de Campaña INIDEP Nº20/2018, 33 pp.

Delury, D.B. 1947. On the estimation of biological populations. Biometrics, 3: 145-167.

Hernández, D.; Campodónico, S. y Escolar, M., 2016. Metodología de evaluación de la biomasa de vieira patagónica a partir de datos de campañas de investigación. Informe de Investigación INIDEP N°04/16, 14pp.

Leslie, P.H. & Davis, D.H.S. 1939. An attempt to determine the absolute number of rats on a given area. J. Anim.Ecol., 8:94-113.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Walter, J.F. III, Hoenig, J.M. and Gedamke, T. 2007. Correcting for effective area fished in fishery-dependent depletion estimates of abundance and capture efficiency. ICES Journal of Marine Science 64: 1760–1771.

Anexo

Tabla1. Eficiencias calculadas para iguales valores de $F = qf$.

F	Delury	No-Lineal	Leslie&Davis	Rel. Error D	Rel. Error LD
0.00001	0.000010	0.000010	0.000010	0.000000	0.000000
0.05	0.048765	0.048771	0.048780	-0.000104	0.000203
0.1	0.095123	0.095163	0.095238	-0.000417	0.000794
0.15	0.139162	0.139292	0.139535	-0.000937	0.001744
0.2	0.180967	0.181269	0.181818	-0.001665	0.003028
0.25	0.220624	0.221199	0.222222	-0.002599	0.004625
0.3	0.258212	0.259182	0.260870	-0.003740	0.006512
0.35	0.293810	0.295312	0.297872	-0.005086	0.008670
0.4	0.327492	0.329680	0.333333	-0.006636	0.011082
0.45	0.359332	0.362372	0.367347	-0.008388	0.013729
0.5	0.389400	0.393469	0.400000	-0.010341	0.016598
0.55	0.417765	0.423050	0.431373	-0.012494	0.019672
0.6	0.444491	0.451188	0.461538	-0.014844	0.022940
0.65	0.469643	0.477954	0.490566	-0.017390	0.026387
0.7	0.493282	0.503415	0.518519	-0.020129	0.030003
0.75	0.515467	0.527633	0.545455	-0.023059	0.033776
0.8	0.536256	0.550671	0.571429	-0.026177	0.037695
0.85	0.555704	0.572585	0.596491	-0.029482	0.041751
0.9	0.573865	0.593430	0.620690	-0.032969	0.045935
0.95	0.590791	0.613259	0.644068	-0.036637	0.050238
1	0.606531	0.632121	0.666667	-0.040483	0.054651
1.05	0.621133	0.650062	0.688525	-0.044502	0.059167

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

1.1	0.634645	0.667129	0.709677	-0.048692	0.063779
1.15	0.647111	0.683363	0.730159	-0.053050	0.068478
1.2	0.658574	0.698806	0.750000	-0.057572	0.073260
1.25	0.669077	0.713495	0.769231	-0.062255	0.078116
1.3	0.678660	0.727468	0.787879	-0.067094	0.083042
1.35	0.687361	0.740760	0.805970	-0.072086	0.088032
1.4	0.695219	0.753403	0.823529	-0.077228	0.093079
1.45	0.702271	0.765430	0.840580	-0.082515	0.098180
1.5	0.708550	0.776870	0.857143	-0.087943	0.103329
1.55	0.714091	0.787752	0.873239	-0.093508	0.108521
1.6	0.718926	0.798103	0.888889	-0.099207	0.113751
1.65	0.723088	0.807950	0.904110	-0.105034	0.119017
1.7	0.726605	0.817316	0.918919	-0.110986	0.124312
1.75	0.729509	0.826226	0.933333	-0.117059	0.129634
1.8	0.731825	0.834701	0.947368	-0.123249	0.134979
1.85	0.733583	0.842763	0.961039	-0.129550	0.140343
1.9	0.734808	0.850431	0.974359	-0.135959	0.145723
1.95	0.735525	0.857726	0.987342	-0.142471	0.151116
2	0.735759	0.864665	1.000000	-0.149082	0.156518

Apéndice. Modelo No-lineal (mejorado)(Aubone, 2021)

Supuestos:

1. Población cerrada.
2. Probabilidad de supervivencia p constante entre lances de la experiencia.
3. Mortalidad natural despreciable durante el lapso de la experiencia.
4. Dinámica natural: el número de sobrevivientes luego de un lance de pesca, es proporcional al número existente al comienzo del lance de pesca.
5. Captura total de la experiencia igual a la estimación media del modelo (esto genera resultados consistentes).
6. Puede asumirse distribución normal o log-normal de la captura por unidad de esfuerzo.

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP

Entonces, $C_l = N_i\, p^{l-1}(1-p)$ *Modelo no-lineal*

l indica el número de lance,

$p = (1 - C/N_i)^{1/l_n}$, donde C es la captura total en la experiencia de eficiencia de captura y l_n es el número total de lances realizados.

Este modelo tiene un único parámetro que es el número inicial de individuos en el área de prospección.

Así como está planteado el modelo No-lineal (Aubone, 2014), está reescrito de manera general y se incorpora una restricción: $p = (1 - C/N_i)^{1/l_n}$, que robustece la estimación del parámetro.♦

COPIA ELECTRÓNICA INIDEP